

TP confinés 2020



Par Margot Demol et Élodie Iglesias

Encadrement par Charis Quay Huei Li et Frédéric Bouquet

Peut-être avez vous déjà entendu parler de Mr Uekusa, un comédien Japonais dont un des talents est de retirer des tissus de sous des objets sans que l'objet ne change de place, le tout dans des situations très acrobatiques et assez spectaculaires (vous pouvez retrouver ici ses performances à Incroyable Talent: https://www.youtube.com/watch?v=_Mfa-D8ikTo).

Dans une moindre mesure, l'objectif de notre projet expérimental est d'étudier comment reproduire un tel prodige. Plus précisément, nous voulons analyser quels paramètres imposer à une nappe pour la retirer de dessous un objet, afin d'imposer un déplacement minimal à l'objet.

Pour cela, nous avons mis au point deux dispositifs expérimentaux permettant de réaliser des expériences reproductibles à l'identique, puis par différentes méthodes d'analyse de mouvement, nous avons essayé de lister et étudier les paramètres pouvant jouer un rôle dans la fluidité du mouvement.

Alors, casse ou pas casse?

1. Dispositifs expérimentaux

Le but de ce dispositif est de faire accélérer une nappe sur une table de manière reproductible. Nous avons chacune mis en place un dispositif avec ce que nous avions à disposition chez nous.

Les deux dispositifs présentent toutefois des points communs:

- > Pour générer l'accélération de la nappe, nous avons choisi d'utiliser la chute libre d'une masse, lâchée depuis le haut de la table.
- > De plus, pour que la force de traction imposée à la nappe soit bien répartie, nous avons toutes les deux placé une baguette dans l'ourlet de nos nappes, là où le fil qui est relié au contrepoids prend son point d'attache sur la nappe.
- > Finalement, pour que les mesures soient reproductibles, nous avons eu besoin de trouver chacune un moyen d'accélérer la nappe toujours de la même façon, et donc que la chute de la masse se fasse toujours dans les mêmes conditions.

1er dispositif:

L'objet est posé sur la nappe (une serviette de table), elle-même posée sur une surface plane (un dessous de plat...).

Le fil est accroché à la nappe par une pince, et relie cette dernière à un contrepoids constitué d'une mallette dont le contenu est facile à faire varier (ce qui permet de contrôler facilement sa masse).

Le fil est retenu par le couvercle d'une poubelle à pédale. Le fait d'actionner la pédale de la poubelle permet de lâcher le fil de façon instantanée et reproductible (en considérant le fil d'épaisseur négligeable); La mallette est alors lâchée, et va entraîner dans sa chute (libre) la nappe.

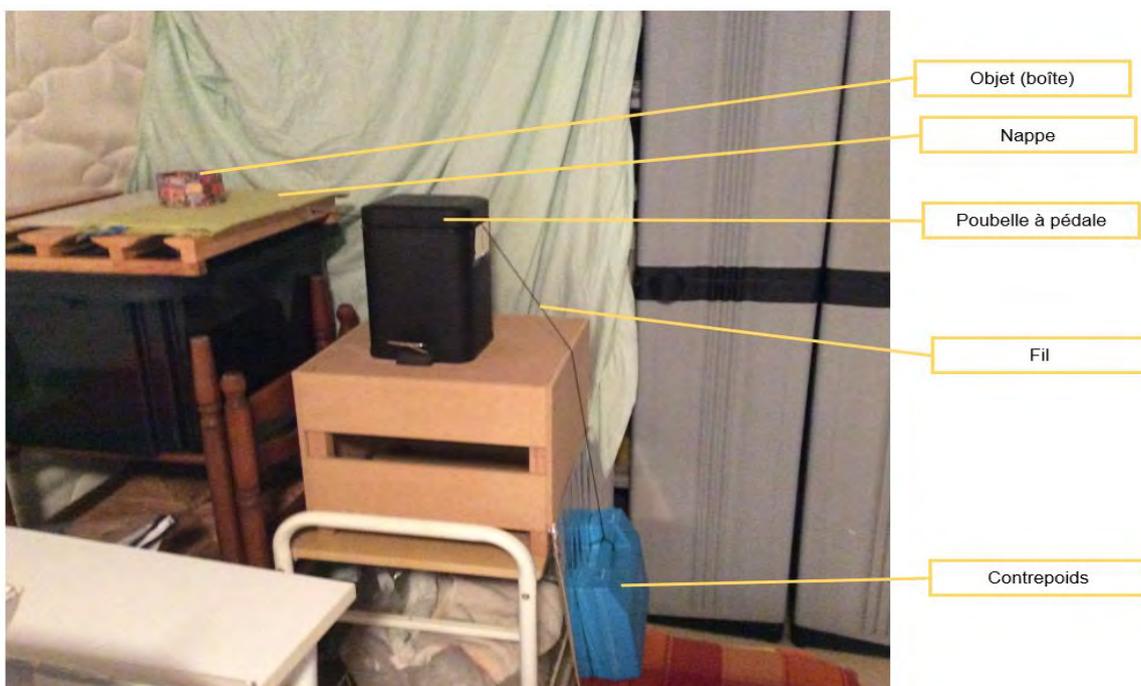


FIGURE 1 - 1er dispositif expérimental

2ème dispositif :

Ici la force est "horizontalisée" par une poulie.

Un dispositif avec un ressort, fixé en dessous de la table permet de lâcher la masse en tirant sur une ficelle (ci dessous) de façon reproductible.

La nappe est un bout de tissu (type drap) relié par une ficelle au contreponds (une boîte au contenu facile à faire varier).

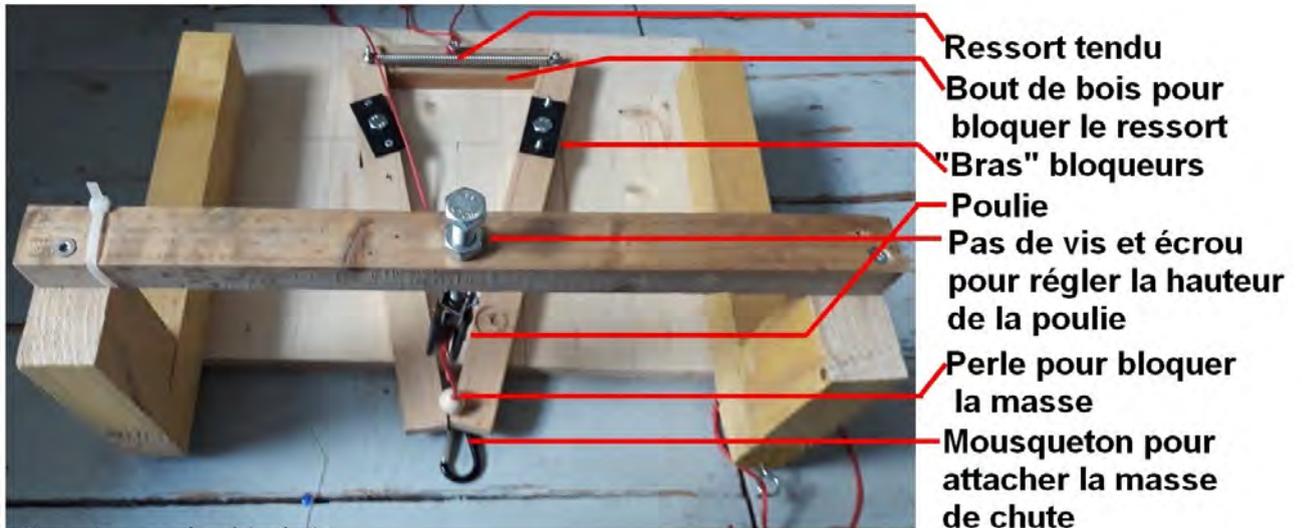


Figure 2: Système du lâché

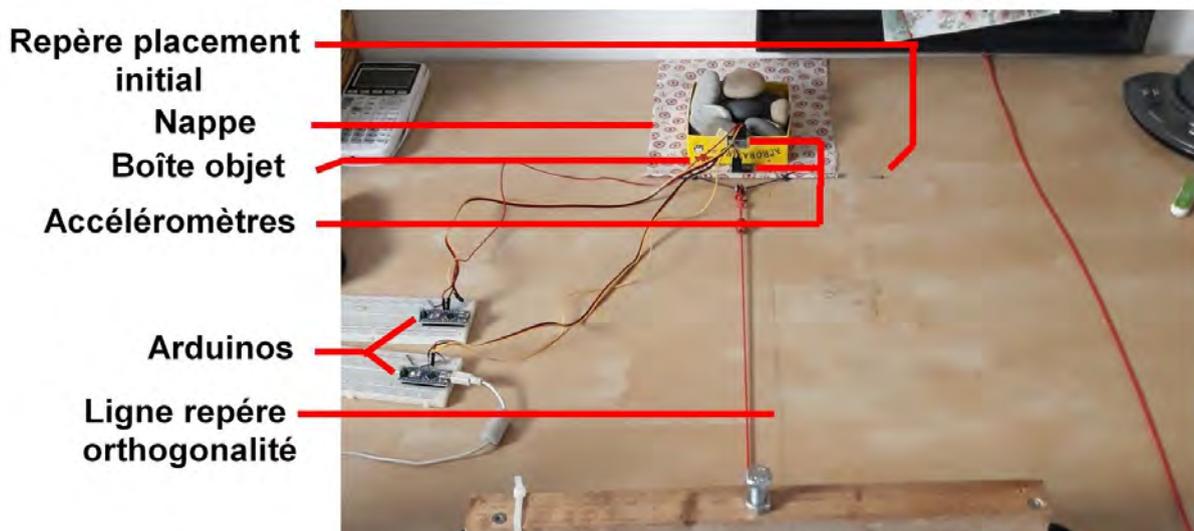


Figure 3: Dispositif vu de dessus

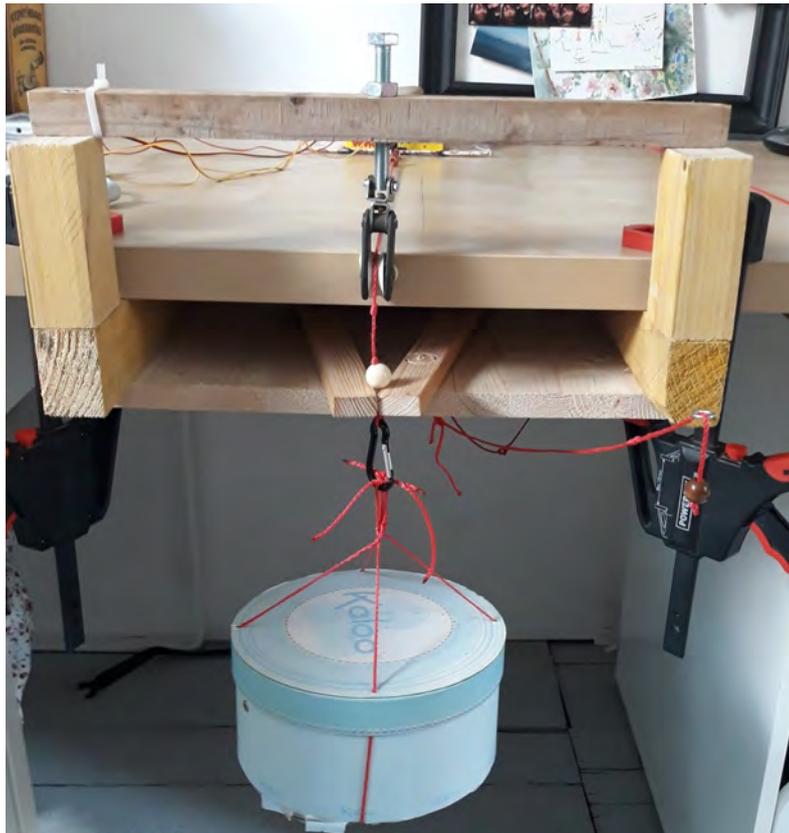


Figure 4: Dispositif vu de côté

Pour obtenir des mesures quantitatives, deux méthodes ont été utilisées:

1.1. Analyse vidéo

Le logiciel Tracker est un logiciel d'analyse vidéo, permettant de décomposer des mouvements filmés au préalable, puis de "traquer" un point précis pour obtenir des informations sur le mouvement de ce point.

Nous avons donc utilisé ce logiciel pour traiter des séries de vidéos de nos expériences. En traquant les coordonnées de la boîte ainsi que de la nappe au cours du temps, nous avons pu obtenir différentes courbes: la position en fonction du temps, la vitesse et l'accélération tour à tour de la nappe et de l'objet.

1.2. Acquisition par des accéléromètres

Dans le cas du 2nd dispositif, la nappe et l'objet sont de plus équipés de deux accéléromètres reliés à deux arduinos nano, permettant d'obtenir les accélérations de l'objet et de la nappe.

Il faut prendre garde à la longueur et la nature des fils pour qu'ils ne gênent pas le mouvement: ils doivent être longs et souples. Les arduinos sont eux même reliés à un ordinateur. Une interface (codée par un petit frère super doué et qui m'a bien aidé), permet

de lancer et arrêter l'écriture des données recueillies dans un fichier csv qui peut ensuite être ouvert sur un tableur. L'espacement des mesures est limité par la communication accéléromètre-arduino-ordinateur mais vaut environ 10 ms.

Les premières mesures ont montrées que nous avons une meilleure précision pour l'accélération en limitant le capteur accéléromètre à 2G au lieu de 4G, ce qui est largement suffisant puisque nous utilisons une chute libre d'accélération 1G.

Ces méthodes présentent toutes deux des avantages et inconvénients qui leurs sont propres, mis en évidence dans la suite. Nous avons essayé de tirer le meilleur de chacun de ces outils.

Mais avant les mesures expérimentales, un point théorique s'impose.

2. Analyse théorique du mouvement: modèle théorique

2.1 Notations des variables de l'expérience

Dans ce compte rendu, pour plus de commodité, nous noterons:

m	la masse de l'objet posé sur la nappe
S=105 cm ²	la surface de contact de l'objet avec la nappe
d=23,5 cm	la longueur entre le début de l'objet et la fin de la nappe à t=0
l	la distance de l'objet au bord de la table initialement
x _o	la distance entre l'objet et la nappe initialement
f _{on}	le coefficient de frottement dynamique objet/nappe
f _{ot}	le coefficient de frottement dynamique objet/table
f _{tn}	le coefficient de frottement dynamique table/nappe
M= 2.2 kg	la masse de chute
L= 45 cm	la hauteur de la chute, ou longueur du fil de chute
m _n = 9 g	la masse de la nappe

2.2 Rappels de mécanique: forces de frottements solides

Modèle de Coulomb du frottement:

La mise en translation d'un solide sur une surface se traduit par l'existence d'une force appelée réaction du support: $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$ où \vec{R}_N est la composante normale et \vec{R}_T la composante tangentielle, la force de frottement solide.

Lois phénoménologique de Coulomb:

On distingue deux cas:

➤ **Cas d'adhérence:**

Lorsque le solide est fixe sur la surface, on a alors: $R_T \leq f_s R_N$

où R_T et R_N sont les normes des vecteurs correspondants et f_s le coefficient de frottement solide.

► **Cas dynamique:**

La surface exerce une force de frottement colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse du solide: $R_T = f_D R_N$ où f_D le coefficient de frottement dynamique.

2.1. Analyse mécanique du problème

Le but est ici de chercher à caractériser le mouvement de l'objet et de la nappe.

2.1.1. Hypothèses des modèles

Nous négligeons les forces de frottements à l'air.

Nous négligeons les frottements statiques: la force exercée par M qui tombe est suffisante pour engendrer le mouvement.

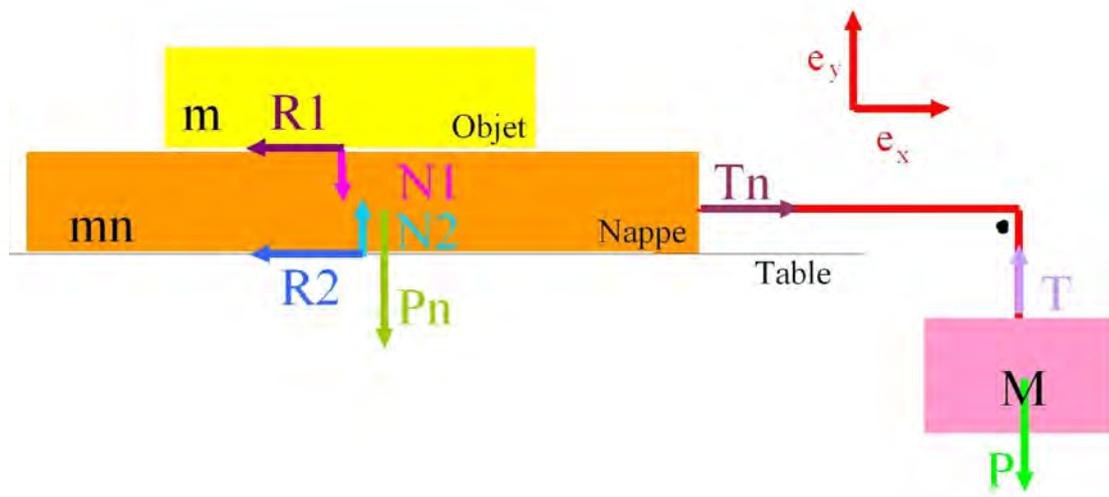
Nous négligeons aussi dans les calculs le fait que l'objet puisse se trouver à un moment en partie sur la nappe et l'autre partie sur la table.

2.1.2. Equations du mouvement quand l'objet est encore sur la nappe

Considérons tout d'abord le système initial où l'objet est posé sur la nappe.

L'origine des temps est prise pour $t=0$ l'instant où M est lâchée et le mouvement démarre.

Figure 5 - Description du système



- $\vec{P}_n = - Mg \vec{e}_y$ poids de la nappe
- \vec{R}_1 réaction tangentielle objet/nappe
- \vec{R}_2 réaction tangentielle table/nappe
- $\vec{N}_1 = - mg \vec{e}_y$ réaction normale objet/nappe
- $\vec{N}_2 = (m + m_n) g \vec{e}_y$ réaction normale table/nappe
- \vec{T}_n tension fil/nappe
- \vec{T} tension fil/M
- \vec{P} poids de M

Ainsi, en appliquant le principe fondamental de la dynamique (PFD) sur la nappe puis sur M, on obtient, avec a_M l'accélération selon \vec{e}_y de la masse M et a_{nappe} l'accélération selon \vec{e}_x de la nappe:

$$Ma_M = Mg + T \quad (1) \quad \text{et} \quad m_n a_{nappe} = T_n - R_1 - R_2 \quad (2)$$

Le fil rigide impose quant à lui:

$$T_n = T \quad \text{et} \quad a_M = -a_{nappe} \quad (3)$$

En combinant (1), (2) et (3) on obtient:

$$(m_n + M) a_{nappe} = Mg - R_1 - R_2 \quad (4)$$

Même si l'objet glisse sur la nappe, il va se déplacer vraisemblablement, comme la nappe (par les frottements solides), vers le bord de la table. Il faut donc que le contact objet/nappe cesse avant celui-ci.

D'après la loi de Coulomb, on a donc $R_T = f_{on} R_N$, soit :

$$\vec{R}_1 = -f_{on} m g \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{R}_2 = -f_m (m + m_n) g \vec{e}_x$$

Et en remplaçant dans (4):

$$a_{nappe}(m) = \frac{M - f_{on} m - f_m (m + m_n)}{(m_n + M)} g \vec{e}_x \quad (5)$$

Nous remarquons ainsi dans cette expression que a_{nappe} tend vers g lorsque m_n et m sont nulles ou en l'absence de frottements, ce qui correspond bien à la physique du mouvement. En intégrant pour une vitesse initiale nulle, nous obtenons:

$$v_{nappe} = \frac{M - f_{on} m - f_m (m + m_n)}{(m_n + M)} g t \vec{e}_x \quad (6)$$

En effectuant un nouveau PFD sur l'objet cette fois ci, nous accédons à l'accélération de l'objet dans le référentiel du laboratoire:

$$a_{objet} = f_{on} g \vec{e}_x \quad (7)$$

L'objet est bien entraîné par la nappe.

L'accélération de la nappe et de l'objet sont constantes, donc facilement mesurables.

2.1.3. Condition sur le retrait de l'objet de la nappe $t < t_{\text{déroulage}}$

Pour trouver la condition sur le retrait de l'objet de la nappe, nous pouvons nous placer dans le référentiel de la nappe, et étudier le mouvement de l'objet par rapport à celle-ci. Nous avons alors:

$$a_{objet/nappe} = a_{objet} - a_{nappe}(m) = \frac{f_{on}(M + m + m_n) + f_m(m + m_n) - M}{M + m_n} g \quad (8)$$

L'accélération de l'objet par rapport à la nappe est négative. L'objet recule sur la nappe jusqu'à ce qu'il n'y soit plus.

Pour simplifier les prochaines équations, nous noterons la norme de cette accélération A, autrement dit:

$$A = \frac{M-f_{on}(M+m+m_n)-f_{in}(m+m_n)}{M+m_n}g = a_{nappe}(m)-f_{on}g \quad (9)$$

A diminue lorsque m augmente.

Nous obtenons par intégration, en prenant une vitesse et une position initiale nulle:

$$v_{objet/nappe} = -At \quad \text{et} \quad x_{objet/nappe} = -A\frac{t^2}{2} \quad (10)$$

L'objet quitte la nappe lorsqu'il a parcouru la distance qui le séparait à la fin de la nappe initialement, autrement dit lorsque:

$$x_{objet/nappe}(t_{décrochage}) = -d \quad (11)$$

$$t_{décrochage} = \sqrt{\frac{2d}{A}} = \sqrt{\frac{2d}{a_{nappe}(m)-f_{on}g}} = \sqrt{\frac{2d(M+m_n)}{(M-f_{on}(M+m+m_n)-f_{in}(m+m_n))g}} \quad (12)$$

A priori, plus la masse objet est importante, plus l'objet quitte tard la nappe.

2.1.4. Condition sur le retrait de la nappe sans casse !

Cependant, quand l'objet quitte la nappe, il ne s'arrête pas instantanément (et peut donc encore tomber de la table!). Le mouvement de l'objet est alors un mouvement avec frottements solides dynamiques comme décrit précédemment, par contact avec la table.

Nous avons donc, dans le référentiel du laboratoire, selon \vec{e}_x :

$$a_{objet} = -f_{ot}g \quad (13)$$

En intégrant, en prenant en compte que l'origine des temps est toujours le début du mouvement nous avons alors, pour $t > t_{décrochage}$:

$$v_{objet} = -f_{ot}g(t-t_{décrochage}) + v_{objet}(t_{décrochage}) = (f_{on} + f_{ot})\sqrt{\frac{2d}{A}}g - f_{ot}gt \quad (14)$$

$$x_{objet} = -f_{ot}g\frac{(t-t_{décrochage})^2}{2} + v_{objet}(t_{décrochage})(t-t_{décrochage}) + x_{objet}(t_{décrochage}) \quad (15)$$

$$x_{objet} = (-f_{ot}g\frac{t^2}{2} + (f_{on} + f_{ot})\sqrt{\frac{2d}{A}}t - (f_{on} + f_{ot})\frac{d}{A})g \quad (16)$$

L'instant pour lequel l'objet s'arrête est obtenu pour $v_{objet} = 0$, soit:

$$t_{fin} = \frac{f_{on}+f_{ot}}{f_{ot}}\sqrt{\frac{2d}{A}} = \frac{f_{on}+f_{ot}}{f_{ot}}\sqrt{\frac{2d}{a_{nappe}(m)-f_{on}g}} = \frac{f_{on}+f_{ot}}{f_{ot}}\sqrt{\frac{2d(M+m_n)}{(M-f_{on}(M+m+m_n)-f_{in}(m+m_n))g}} \quad (17)$$

Il semblerait donc que la durée totale du mouvement augmente avec la masse objet m.

Nous obtenons ensuite:

$$x_{\text{objet}}(t_{\text{fin}}) = \left(\frac{(f_{\text{on}} + f_{\text{ot}})^2}{f_{\text{ot}}} - (f_{\text{on}} + f_{\text{ot}}) \right) \frac{dg}{A} = \left(\frac{(f_{\text{on}} + f_{\text{ot}})^2}{f_{\text{ot}}} - (f_{\text{on}} + f_{\text{ot}}) \right) \frac{dg}{a_{\text{nappe}}(m) - f_{\text{ong}}} \quad (18)$$

$$x_{\text{objet}}(t_{\text{fin}}) = \frac{d(M+m_n)}{M - f_{\text{on}}(M+m+m_n) - f_{\text{in}}(m+m_n)} \left(\frac{(f_{\text{on}} + f_{\text{ot}})^2}{f_{\text{ot}}} - (f_{\text{on}} + f_{\text{ot}}) \right)$$

La distance finale parcourue par l'objet augmente donc elle aussi en théorie avec m.

Finalement, pour que l'objet ne tombe pas, il faut donc que la distance parcourue par l'objet dans le laboratoire soit inférieure à la distance qui le séparait initialement du bord de la table, soit:

$$x_{\text{objet}}(t_{\text{fin}}) < l \quad (19)$$

Soit que :

$$\frac{d(M+m_n)}{M - f_{\text{on}}(M+m+m_n) - f_{\text{in}}(m+m_n)} \left(\frac{(f_{\text{on}} + f_{\text{ot}})^2}{f_{\text{ot}}} - (f_{\text{on}} + f_{\text{ot}}) \right) < l \quad (20)$$

Ceci est donc la condition finale pour que l'objet ne tombe pas de la table!

3. Premières expériences: analyse qualitative

Chacune avec notre dispositif, l'idée était d'abord d'adopter une approche plus qualitative que quantitative, pour "tester" nos dispositifs et analyser les paramètres qui semblaient avoir le plus d'influence sur le mouvement.

3.1. Dispositif analyse vidéo

Avec le premier dispositif, nous avons cherché à prendre en main l'outil "analyse vidéo".

L'analyse vidéo présente pour avantage d'être plus simple à mettre en place qu'un système avec des accéléromètres. Elle apporte aussi directement la courbe des positions, tant de la nappe que de la boîte, et le logiciel permet de comparer facilement les images aux graphes correspondants, ce qui permet de situer la phase du mouvement auquel les points des courbes correspondent.

Le premier paramètre à régler était celui de l'appareil qui servirait à filmer, afin que la qualité soit suffisante pour décomposer le mouvement: en effet, ce dernier était de l'ordre de 10^{-2} s, il fallait pouvoir obtenir un nombre d'images assez grand.

Le mieux que nous avons réussi à obtenir nous permettait d'obtenir une quarantaine d'images par secondes, ce qui représente au final une vingtaine de points par mouvement.

Les premiers tests ont ensuite permis de prendre en main le logiciel Tracker et d'obtenir quelques premières courbes.

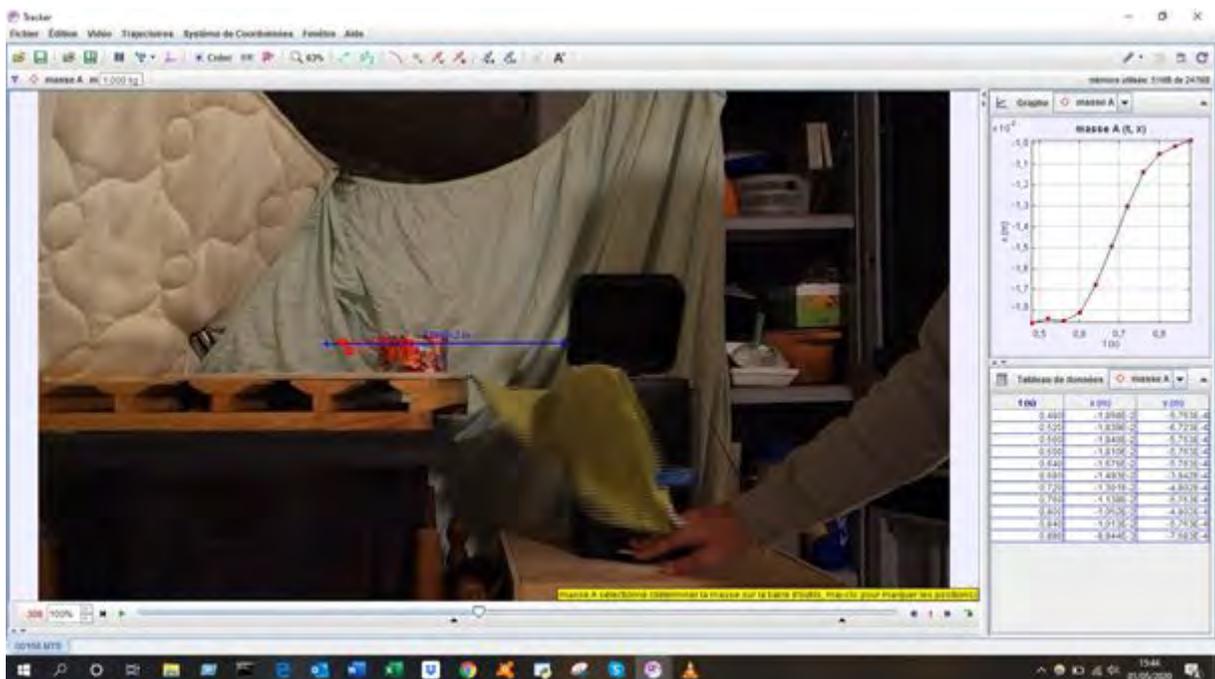


FIGURE 6: Interface de Tracker

Nous avons ainsi pu remarquer que la courbe de la vitesse de la boîte calculée par le logiciel (voir figure 7) suit une croissance approximativement linéaire, puis, passé un maximum donné, décroît approximativement linéairement aussi (ce qui est en accord avec une accélération constante de l'objet, conformément à notre modèle).

De plus, en comparant vidéo et courbe de vitesse, il apparaît bien que l'objet quitte la nappe au moment où la vitesse atteint son maximum, conformément à ce que prédit le modèle théorique.

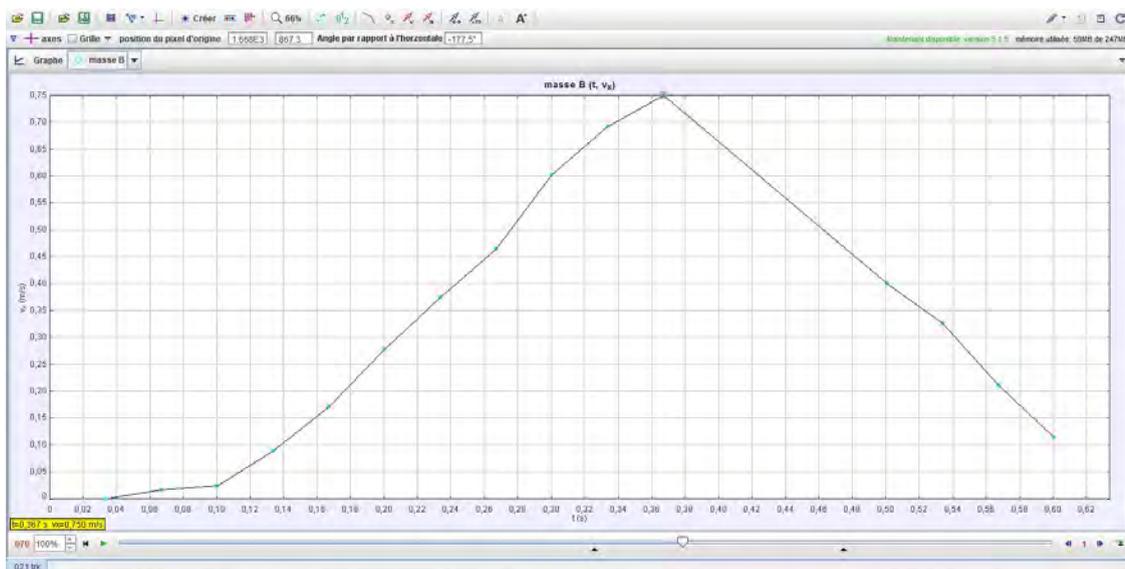


FIGURE 7: Courbe de vitesse de la boîte obtenue à partir d'une première expérience de calibrage

Par ailleurs, nous avons obtenu pour la nappe des accélérations de l'ordre de g , ce qui est également cohérent avec notre modèle dans lequel l'accélération de la nappe n'est due qu'à la gravité (le poids qui l'entraîne étant en chute libre)

Cependant, ces premiers tests ont aussi permis de mettre en lumière quelques inconvénients de la méthode par tracking vidéo:

Le nombre de données sur la position est non seulement limité par la qualité de l'appareil photo utilisé, mais les courbes de vitesse et d'accélération étant directement dérivées de la courbe des positions par le logiciel, on perd de plus des données à chaque opération de dérivation.

Le tout donne donc des courbes d'accélération très imprécises et quasiment inexploitable:

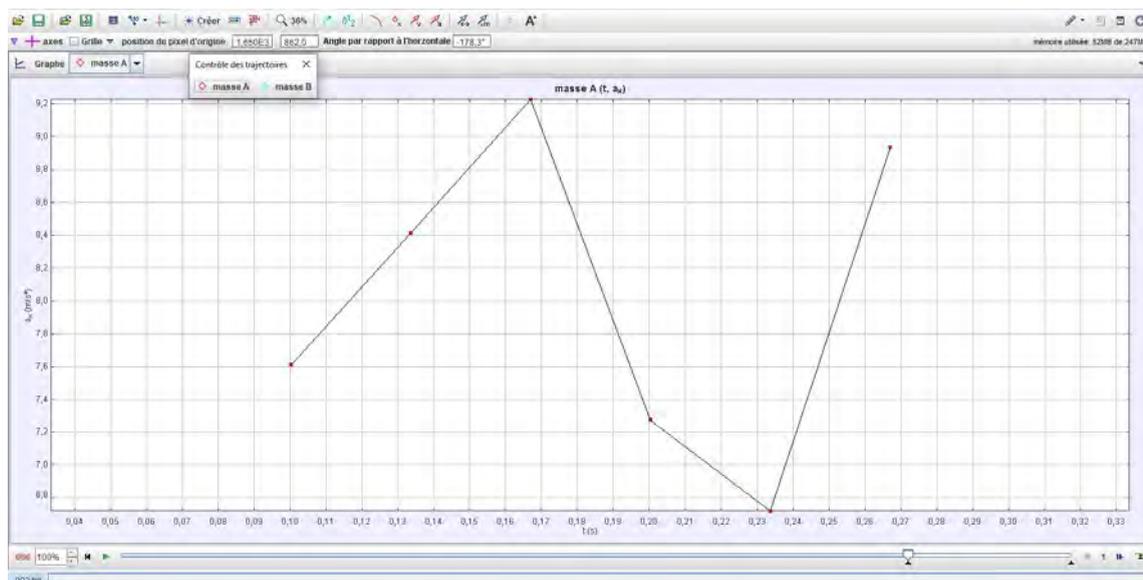


FIGURE 8: Accélération de la nappe en fonction du temps

Heureusement, nous avons un autre moyen de collecter des informations sur l'accélération de la nappe et de la boîte: les accéléromètres.

3.2. [Dispositif analyse par accéléromètre arduino](#)

Il s'agit cette fois-ci d'utiliser les accéléromètres pour acquérir les accélérations en fonction du temps d'objets de différentes masses. Pour tester la reproductibilité des mesures, nous réalisons 6 lâchés pour différentes valeurs de masse: $m = \{50g; 155g; 273g; 329g; 462g\}$.

Les mesures de l'accéléromètre sur la nappe se montrent inexploitable: l'accéléromètre vibre puisque la nappe est fluide, ce qui donne des pics de saturations sur les mesures et fausse les mesures. La seule chose qu'on peut en tirer est que les valeurs d'accélération sont proches de g , ce qui est cohérent avec l'accélération de la nappe due à la chute libre d'un poids. Nous abandonnerons donc ces mesures sur la nappe pour la suite, et nous contenterons des informations obtenues par tracking vidéo (principalement les courbes de position et vitesse).

En revanche, pour l'accélération de l'objet, les résultats sont satisfaisants:

Nous obtenons par exemple pour $m=329$ g:

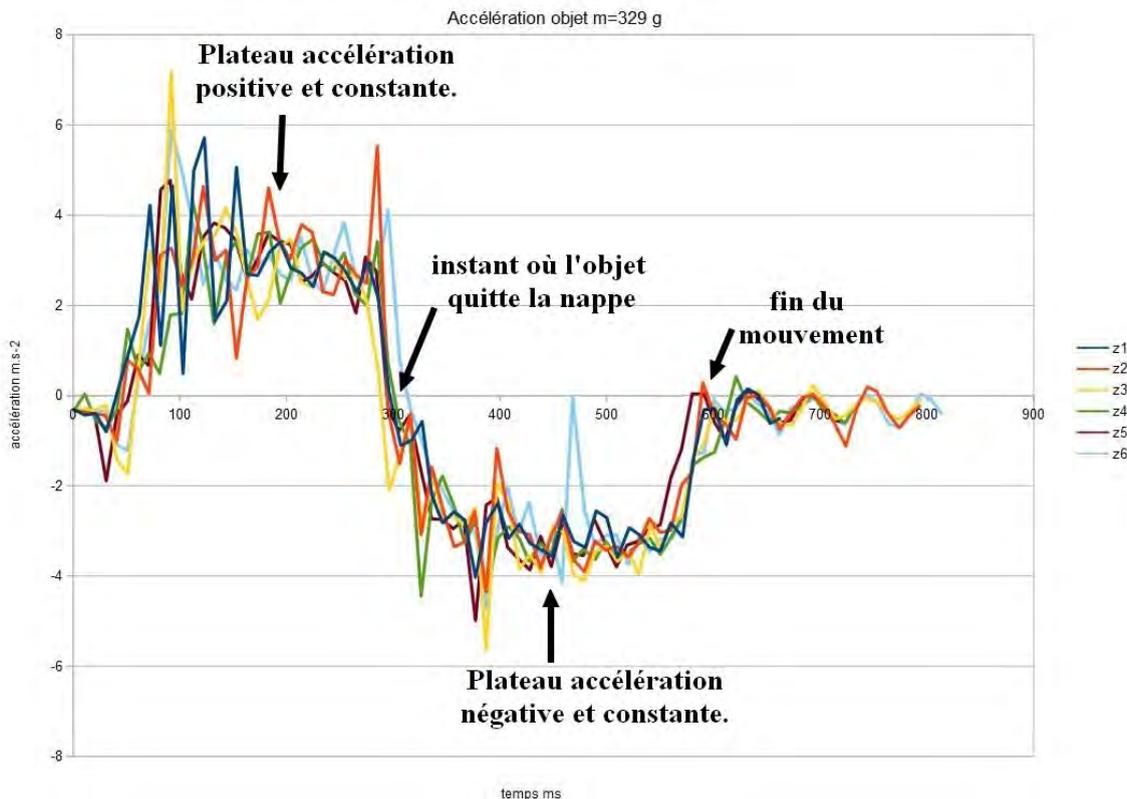


Figure 9 - accélération d'un objet de 329g en fonction du temps mesurée avec les accéléromètres

Au vu de l'allure très similaire des différentes courbes, on peut conclure une bonne reproductibilité des mesures.

De plus, nous observons bien un pic d'accélération puis un plateau: l'objet est soudainement accéléré à $a_{\text{objet}} = f_{\text{on}}g$ (constante) d'après (7).

L'objet est ensuite soudainement décéléré (l'objet quitte la nappe), jusqu'à un nouveau plateau (frottement solide avec la table) à $a_{\text{objet}} = -f_{\text{ot}}g$ (14).

Les accéléromètres offrent donc des données significativement plus précises sur l'accélération de l'objet que ne le permet l'analyse vidéo.

Nous avons donc un certain nombre de premiers résultats et une meilleure idée des possibilités offertes par chaque dispositif et chaque méthode d'analyse.

4. Seconde expérience

4.1. Objectifs

Le but de cette expérience est d'adopter une approche plus quantitative, pour étudier la validité et la limite du modèle, et essayer de dégager l'influence d'une variation (grossière) de m , la masse de l'objet.

4.2. Protocole

Nous avons basé nos mesures sur le 2ème dispositif, celui-ci étant le plus élaboré. Nous avons effectué des séries de 6 expériences pour des masses $m=20\text{g}$, $m=499\text{g}$ et $m=902\text{g}$, le but étant qu'elles soient assez espacées pour laisser transparaître l'influence du paramètre "masse de l'objet" sur le mouvement final.

Pour chaque expérience, une acquisition via l'accéléromètre relié à l'objet était effectuée, et en parallèle nous filmions l'expérience pour pouvoir ensuite analyser le mouvement.

4.3. Résultats et analyse

4.3.1. Mesures des coefficients de frottement dynamique f_{on} - f_{ot}

D'après les équations (7) et (14) de la partie théorique, l'étude des phases d'accélération et de décélération de l'objet permet de remonter aux coefficients de frottement dynamique entre l'objet et la nappe, et entre l'objet et la table.

Par ailleurs, d'après l'équation (5), l'étude de l'accélération de la nappe permet de remonter au coefficient de frottement dynamique entre la nappe et la table.

Les incertitudes sur les mesures sont des **incertitudes de type A** évaluées pour un intervalle de confiance de **99%**. Celles des valeurs calculées sont elles aussi évaluées pour un intervalle à **99%**.

Nous avons calculé les frottement via 2 méthodes:

4.3.1.1. Utilisation des courbes de vitesse vidéo

En utilisant les courbes de vitesse, qui se présentent telles que sur la figure suivante, on peut déduire l'accélération, qui correspond à la pente des courbes.

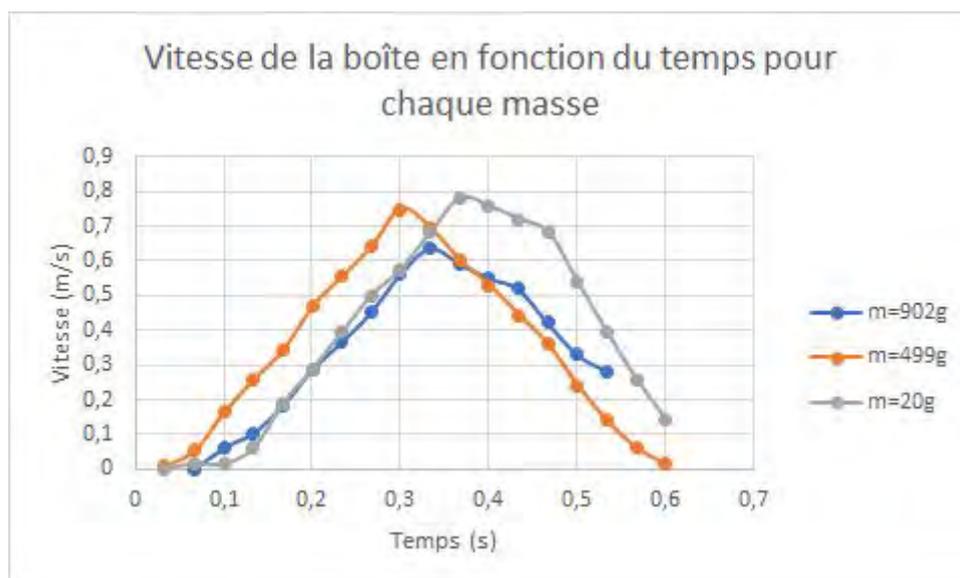


Figure 10 - vitesse de la boîte en fonction du temps pour chaque masse, mesurée par tracking vidéo

En calculant ainsi l'accélération moyenne de l'objet pour chaque masse (au début du mouvement et alors qu'il est encore sur la nappe) , puis en moyennant cette valeur entre les différentes masses (on note cette dernière moyenne \hat{a}_{objet}), on obtient d'après (7):

$$f_{on} = \hat{a}_{objet}/g = 0.25 \pm 0.10$$

Puis on suit la même méthode mais en prenant cette fois-ci les valeurs de l'accélération lors de la phase de freinage de l'objet (i.e quand il n'est plus sur la nappe mais au contact de la table). On obtient donc une valeur \hat{a}_{objet} négative. Mais on se sert de (14), et on obtient donc finalement:

$$f_{ot} = -\hat{a}_{objet}/g = 0.25 \pm 0.10$$

On remarque donc qu'on a le même coefficient de frottement entre l'objet et la nappe qu'entre l'objet et la table (sans arrondir on obtient un frottement objet/nappe très légèrement plus faible que objet/table).

Le dernier "paramètre" dont nous avons besoin est l'accélération de la nappe que nous obtenons via les courbes de vitesse de l'analyse vidéo du mouvement de la nappe:

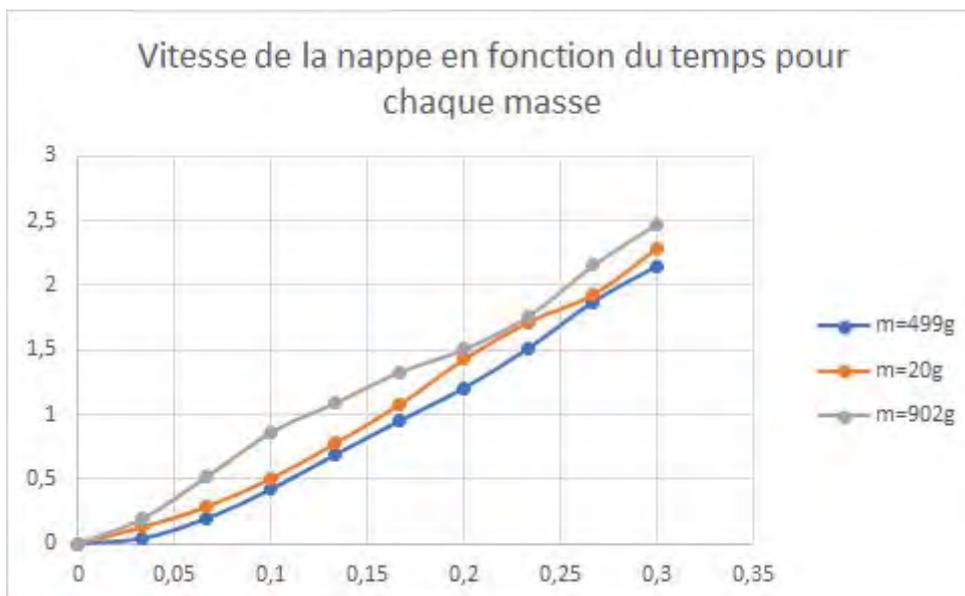


Figure 11 - Vitesse de la nappe en fonction du temps pour chaque masse, mesurée par tracking vidéo

Ainsi nous avons, à partir des données vidéo, en moyennant les pentes pour toutes les courbes et en estimant les incertitudes:

masse m (g)	20	499	902
a_{nappe} (m/s ²)	7.9 ± 1.6	7.9 ± 0.4	8.0 ± 2.6

Les variations de l'accélération étant très faible devant les incertitudes de mesure, nous ne pouvons pas vraiment vérifier que l'accélération de la nappe diminue quand m augmente.

4.3.1.2. Utilisation des données de l'accéléromètre

Il nous est aussi possible d'accéder aux coefficients f_{ot} et f_{on} , toujours via (7) et (14), en utilisant cette fois ci les données de l'accéléromètre, qui offrent une quantité de valeurs plus importante que l'analyse vidéo, et permet donc d'améliorer la précision du résultat.

L'accélération au cours du temps se présente ainsi:

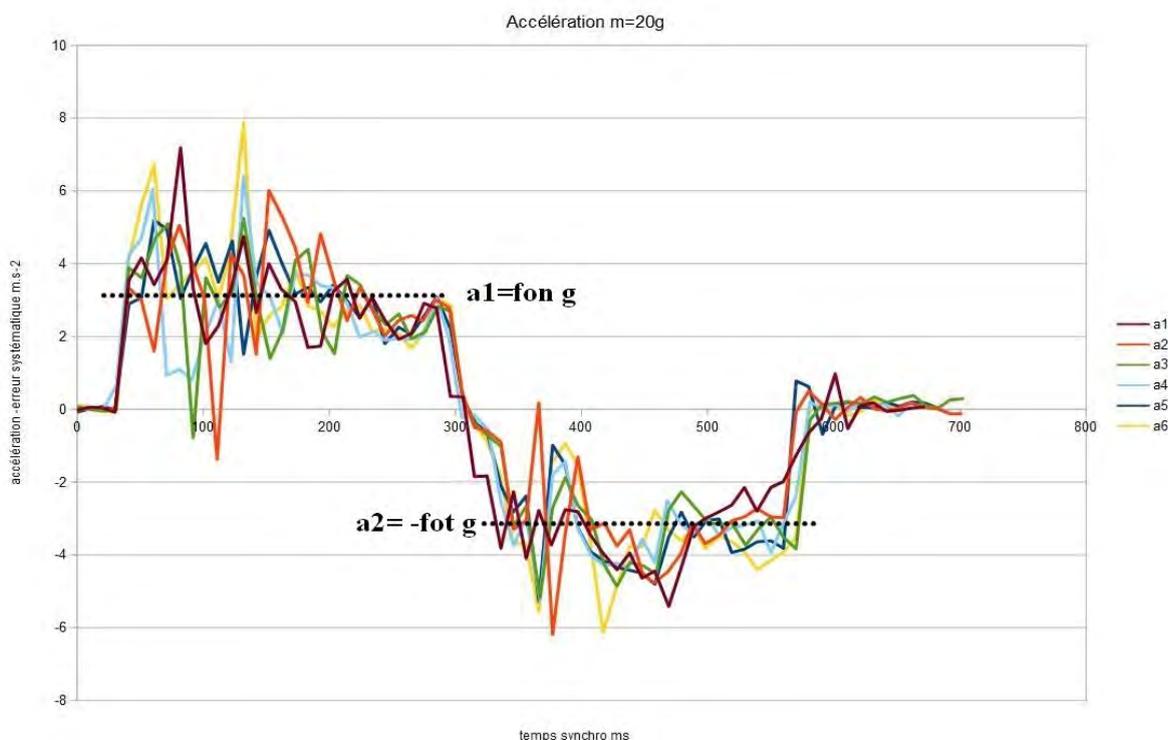


Figure 12 - Accélération en fonction du temps de l'objet de masse m=20g, mesurée avec les accéléromètres.

Nous effectuons la moyenne des valeurs sur les plateaux a1 et a2 (cf figure 12) et obtenons:

$$f_{on} = a1_{objet}/g = 0.30 \pm 0.08$$

et

$$f_{ot} = -a2_{objet}/g = 0.30 \pm 0.08$$

On a une fois de plus le même coefficient de frottement entre l'objet et la nappe qu'entre l'objet et la table, et celui-ci est maintenant un peu plus élevé que les valeurs trouvées précédemment.

Trouver des coefficients similaires semble cohérent puisque d'après (17), nous avons dans ce cas $t_{fin} = 2 t_{déchocage}$, ce qui s'observe bien expérimentalement par la longueur presque égale des deux plateaux sur les données de l'accéléromètre.

Malheureusement, comme nous n'avons pas pu récupérer les accélérations de la nappe avec l'accéléromètre, il nous est impossible d'accéder de cette manière à l'accélération de la nappe.

D'après la littérature, le coefficient dynamique bois sur bois est compris entre 0.25 et 0.4. Nous avons donc le bon ordre de grandeur pour f_{on} et f_{ot} .

Ces premières valeurs expérimentales nous permettent de connaître les dernières inconnues f_{on} , f_{ot} et f_{tn} qui apparaissent dans les équations du mouvement.

La suite de notre analyse vise à étudier si, en rentrant ces paramètres dans le modèle théorique, les équations du mouvement rendent bien compte du mouvement observé.

Le calcul explicite de f_{tn} ajoutant de l'imprécision (calcul en fonction de f_{on} et f_{ot} ...), nous utiliserons les équations du mouvement écrite en fonction de $a_{nappe}(m)$ plutôt qu'en fonction de f_{tn} .

Nous gardons donc les valeurs de a_{nappe} exposées dans le tableau précédent, et par souci de rigueur (les données de l'accéléromètre étant plus précises), nous considérerons par la suite:

$$f_{on} = f_{ot} = 0.30 \pm 0.08$$

4.3.2. Durée totale du mouvement

A partir des données de l'accéléromètre, nous accédons à la durée totale du mouvement:

masse (g)	20	499	902
durée totale moyenne (10^{-1} s) mesurée	5.25 ± 0.07	5.46 ± 0.19	5.83 ± 0.27
durée totale calculée à partir de la formule (17)	6.2 ± 2.5	6.2 ± 2.6	6.2 ± 3.4

Comme le prévoyait la formule (17), nous observons bien que la durée totale du mouvement augmente avec la masse objet pour les valeurs mesurées (les incertitudes sont suffisamment petites). Le calcul des durées totales à partir des données d'accélération de la nappe, permet d'affirmer que l'ordre de grandeur des données mesurée est cohérent avec le modèle.

4.3.3 Déplacement de la boîte

L'analyse vidéo permet de mesurer le déplacement de la boîte. Nous obtenons ainsi plusieurs séries de courbes de la position de la boîte en fonction du temps.

Voici un exemple de courbe pour les différentes masses :

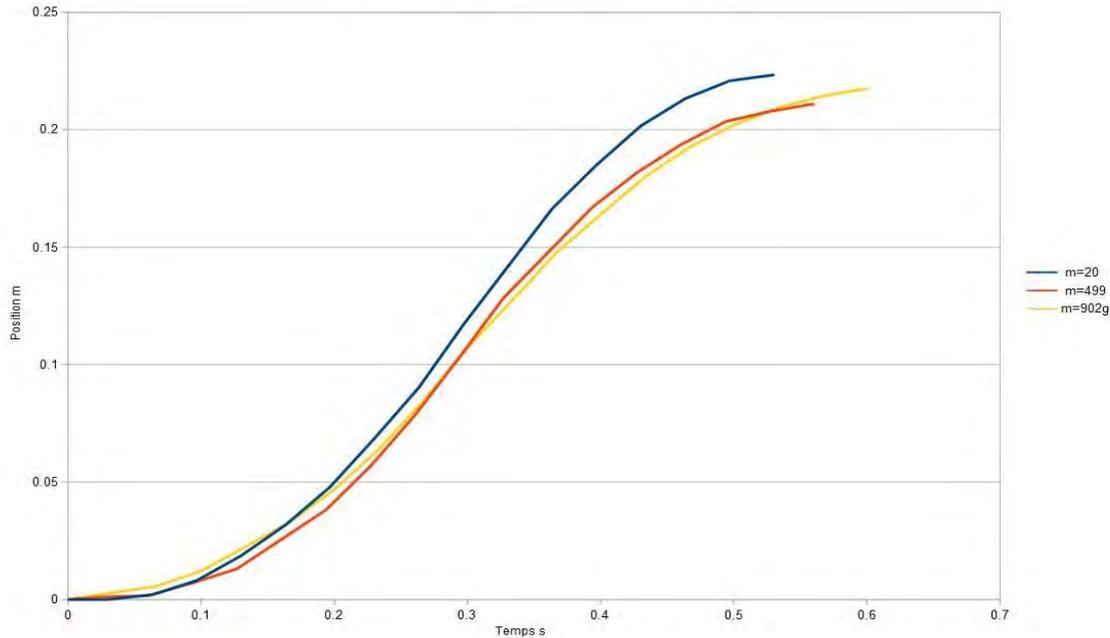


Figure 13 - position de la boîte en fonction du temps, pour différentes masses, mesurée par analyse vidéo

Nous pouvons remarquer que les courbes semblent avoir la forme décrite par le modèle théorique:

-d'après (7), pour $t < t_{\text{décrochage}}$, on a bien $x_{\text{objet}} = f_{\text{on}} g \frac{t^2}{2}$, indépendant de m, les courbes se suivent et forment une hyperbole.

-d'après (16), pour $t > t_{\text{décrochage}}$, on a $x_{\text{objet}} = -a t^2 + bt + c$ avec a, b et c des constantes positives dépendantes des paramètres.

À partir de ces données, on obtient le tableau suivant:

masse (g)	20	499	902
déplacement total moyen mesuré (cm)	22,8 ± 2,8	20,1 ± 1,2	20,2 ± 2,4

Les équations du mouvement prévoient un déplacement croissant en fonction de la masse, alors que nous obtenons un déplacement plus important pour m=20g que pour les deux autres masses. Cependant, les incertitudes étant conséquentes par rapport à l'écart entre les valeurs, on ne peut pas exclure que le système évolue tout de même dans le bon sens: il faudrait des écarts de masse encore plus important pour vérifier.

De plus, cette déviation avec nos prévisions peut aussi s'expliquer en considérant l'incertitude sur la calibration des distances sur le logiciel Tracker, une erreur qui n'était pas prise en compte dans les calculs.

En effet, pour chaque vidéo à analyser, il faut indiquer une distance connue au logiciel, afin de lui permettre de calculer les coordonnées de chaque point dans le bon ordre de grandeur. Pour ce faire, nous avons utilisé comme référence le bord de la boîte, qui mesure 10 cm.

Seulement, sur certaines vidéos, le côté de la boîte n'est pas visible en entier au début de la vidéo, puis lorsqu'il entre complètement dans le champs, la boîte a légèrement tourné sur elle-même. Par un effet de perspective, le bord de la boîte n'est donc plus entièrement dans le même plan, ce qui ne permet plus de calibrer les distances dans le plan qui nous intéresse.

Bien que nous ayons essayé de compenser cette erreur en définissant la calibration, celle dernière n'était pas parfaite. Ceci peut être à l'origine de la trop grande valeur de déplacement obtenue pour $m=20g$, et être plus généralement responsable de l'écart entre les données calculées et celles que nous avons mesurées.

Nous avons calculé à titre indicatif les valeurs théoriques données par la formule (18). Les incertitudes sont malheureusement extrêmement importantes à cause de l'accumulation des incertitudes sur f_{on} et f_{ot} et sur les accélérations.

masse (g)	20	499	902
déplacement total calculé à partir de la formule (18)	$35,0 \pm 23$	$28,2 \pm 23$	$27,0 \pm 23$

Ces valeurs peuvent donc difficilement servir de référence, elles permettent seulement de confirmer l'ordre de grandeur obtenu expérimentalement...

On s'aperçoit ainsi que si, selon le modèle théorique, une masse importante donne plus de chance de réussir l'expérience, cela ne s'observe pas de façon si évidente de manière expérimentale.

5. Conclusion

Ce compte-rendu constitue les prémices d'une étude un peu ambitieuse - décrire une méthode complète pour réussir à tirer une nappe de sous un objet sans qu'il bouge (et ainsi impressionner ses amis) - et nous aurions aimé avoir le temps d'étudier plus en détails l'influence des différents paramètres influant sur le mouvement : non seulement la masse de l'objet (ou du contrepoids), mais également les coefficients de frottement statiques ou dynamiques entre les différents éléments de notre système, ou encore la tension du fil (en partant par exemple d'un fil reliant nappe à contrepoids plus ou moins tendu au début, ce qui aurait permis d'apporter une accélération plus importante au système).

Cependant, nous avons essayé de débroussailler au mieux le problème; en mettant au point deux dispositifs différents permettant d'effectuer des retraits reproductibles de la nappe de dessous l'objet, en essayant de mettre au point un modèle théorique qui tienne la route, et en étudiant différentes méthodes de mesure et d'analyse de mouvement afin de confirmer la validité de notre modèle (le tracking vidéo et les accéléromètres.)

Les deux dispositifs se sont révélés complémentaires. La vidéo a l'avantage de donner accès facilement à la position et la vitesse, tout en pouvant observer en temps réel ce qu'il se passe, mais la dérivation donne une accélération peu précise et la fréquence des mesures est plus faible. L'accéléromètre, quant à lui, permet l'accès direct à l'accélération, pour une fréquence de mesure plus de dix fois plus élevée et plus de précision, mais ne donne aucune information sur le mouvement de la nappe.

En essayant de tirer le meilleur de chaque méthode, nous avons étudié l'influence qu'avait la masse de l'objet sur la réussite de l'opération (à savoir un déplacement minimal de l'objet). Il en résulte que plus la masse de l'objet est importante, moins le déplacement est important; même si les résultats expérimentaux ne sont pas si tranchés que le prévoyait le modèle théorique... Il faudrait encore creuser l'écart entre les masses m pour vérifier.

Merci d'avoir lu!

Nous tenons également à remercier nos professeurs encadrants, Charis Quay Huei Li et Frédéric Bouquet pour leurs conseils avisés dans la rédaction de ce projet.

Merci à Maxime Maître pour sa contribution à la réalisation de la photo artistique, et à mes parents pour avoir accepté que l'on réquisitionne les poubelles et différents objets de la maison pour en faire une construction bizarre au sous-sol !

Élodie Iglesias

Merci à mon petit frère Colin Demol, pour l'aide sur le codage de l'arduino et sa patience, à mon père pour le prêt des outils, et à ma petite soeur Marie Demol, pour m'avoir gentiment assistée pour les mesures. Ce TP fut un plaisir!

Margot Demol