



**CHAPUT Romain
et GUÉRET Julien**

TP confiné

**Visualiser le son : étude des
figures de Chladni**

**Magistère de Physique fondamentale
Licence 3^{ème} année, 2019 /2020**

D) Présentation du projet et problématique :

Dans le cadre de ces TP confinés, nous avons choisi comme thème d'étude les propriétés physiques de certains sons et notamment essayé d'attribuer une image à chaque onde sonore. C'est ainsi que notre étude sur les figures de Chladni a vu le jour. Par ailleurs, ces figures ne sont pas juste agréables à regarder, elles cachent énormément de caractéristiques physiques que nous allons essayer de vous présenter.

La première question que nous nous sommes posée : d'où viennent ces figures ? Ce problème, et nous le verrons par la suite, revient à étudier les propriétés des ondes stationnaires, et plus particulièrement il fait intervenir la notion de nœuds et de ventre d'une onde. Ainsi nous avons choisi comme problématique : Est-il possible de retrouver la vitesse de propagation du son dans un matériau à partir du modèle physique reliant la distance entre les lignes observées et la fréquence du son considéré ?

II) Montages expérimentaux, observation des figures de Chladni :

A) Fabrication d'un tonoscope :

A partir d'une boîte de conserve, d'un vieux tuyau en PVC, d'une membrane plastique et d'élastiques, nous avons conçu le tonoscope ci-contre (*figure n°1*). Quel est le principe d'un tonoscope ? Nous plaçons du sable noir très fin sur la membrane parfaitement tendue, et nous demandons à une personne d'émettre un son à l'extrémité du tuyau. En fonction du son émis, une image se forme sur la membrane. C'est une première façon d'étudier les figures de Chladni.



Figure n°1 : Tonoscope maison. Il est fabriqué à partir d'une boîte de conserve, d'un tuyau en PVC et d'une membrane plastique.

B) Montage pot de fleur et enceinte Bluetooth :



Ce deuxième dispositif est relativement plus simple (*figure n°2*). L'objectif est d'enfermer une enceinte Bluetooth dans un pot de fleur, et de recouvrir le haut de celui-ci par une membrane plastique. Il est encore une fois important de bien la tendre avec des élastiques. Nous déposons alors le sable, et nous émettons un son via l'enceinte. Nous observons à nouveau des figures en fonction du son diffusé. C'est une deuxième façon d'étudier les figures de Chladni.

Figure n°2 : Montage pot de fleur. Il est fabriqué à partir d'un pot de fleur, d'une enceinte Bluetooth posée à l'intérieur et d'une membrane plastique.

C) Enceinte et plaque en acier :

Ce dernier dispositif (*figure n°3*) consiste à placer une plaque en métal sur une enceinte et d'y disposer du thé écrasé. À l'aide du logiciel Audacity nous envoyons un son via l'enceinte. La plaque se met alors à vibrer sous l'effet de l'onde sonore. Nous observons des figures en fonction de la fréquence émise. C'est une troisième façon d'étudier les figures de Chladni.



Figure n°3 : Set up du montage enceinte et plaque d'acier. Il comporte une plaque d'acier, posée sur une enceinte. Le son émis est commandé par l'ordinateur

III) Partie théorique : que cherchons nous à montrer ?

A) Ondes stationnaires :

Que ce soit pour les dispositifs 1 et 2 avec la membrane ou pour le dispositif 3 avec la plaque, le son émis fait vibrer le matériau.

Considérons notre onde sonore incidente qui se propage selon l'axe z sous la forme $f(z, t) = A \cos(w \cdot t - k \cdot z)$ où w est la pulsation de l'onde. Au niveau du matériau, il y a une réflexion de cette onde et on peut montrer que l'onde réfléchie se met sous la forme $g(z, t) = -A \cos(wt + kz)$. L'onde finale F est donc la somme de ces deux ondes, ainsi $F(z, t) = A \cos(w \cdot t - k \cdot z) - A \cos(wt + kz)$ qu'on réécrit tout simplement avec des relations de trigonométrie de la façon suivante : $F(z, t) = 2 \cdot A \sin(wt) \cdot \sin(kz)$.

Si nous cherchons la position des ventres ($z1$) et des nœuds ($z2$) de cette onde, nous trouvons que : $z1 = n \cdot \lambda/2$ et que $z2 = n \cdot \lambda/2 + \lambda/4$. Par conséquent, la distance entre deux ventres consécutifs ou deux nœuds consécutifs est de $\lambda/2$.

Nous avons traité le cas où l'onde se propage dans un milieu à une dimension, mais dans le cas présent l'onde se propage dans un milieu à deux dimensions (membrane ou plaque). Ainsi, on ne parlera plus de nœuds mais de lignes nodales (ce sont les lignes que nous apercevons sur les figures de Chladni). F s'écrit donc sous la forme : $F(z, y, t) = 2 \cdot A \sin(wt) \cdot \sin(kz) \cdot \sin(ky)$.

B) Modèle fréquence/distances entre les lignes nodales :

Si nous nommons D la distance entre deux lignes nodales, alors $D = \lambda/2$. Deux modèles sont alors possibles à envisager.

Modèle 1 : Dans le cas des dispositifs 1 et 2 avec la membrane, $\lambda = v/f$ où « f » est la fréquence et « v » est la vitesse de l'onde sonore, ainsi $D = \lambda/2 = v/2 \cdot f$. Par conséquent, si nous traçons D en fonction de $1/f$ nous obtenons une loi linéaire et nous avons un ordre de grandeur de la vitesse de propagation de l'onde sonore dans le matériau grâce à la pente de la droite. C'est donc ce modèle ci que nous chercherons à vérifier pour les montages expérimentaux 1 et 2 (photo n°1 et photo n°2).

Modèle 2 : Pour le cas de la plaque, nous avons fait des recherches et il se trouve que λ est différent de v/f . Nous devons donc choisir un autre modèle. Si nous nous intéressons au montage que Chladni a effectué pour réaliser ces mesures (*figure n°4*), nous pouvons voir que les plaques sont maintenues uniquement en leur centre et qu'elles sont frottées par un archer pour former les figures. Il est clair que notre dispositif numéro 3 est différent d'un tel montage mais nous décidons de voir si le modèle reliant la distance D et la fréquence pour le montage de Chladni peut s'appliquer au



Figure n°4 : Dispositif pour l'étude des figures de Chladni. Cette image provient de la page Wikipédia « Figure de Chladni ».

notre. Ici, il est possible de démontrer que $D^2 = (e \cdot \frac{\sqrt{\pi^2}}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \cdot V_s) / f$ où "v" est le coefficient de Poisson, « e » est l'épaisseur de la plaque et $V_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ est la vitesse de l'onde sonore (E représente le module

d'Young et ρ la masse volumique de la plaque). Nous avons de nouveau une droite linéaire si nous traçons D^2 en fonction de $1/f$.

IV) Résultats expérimentaux :

A) Contraintes et échec de certains dispositifs :

a) Le tonoscope :

Le problème majeur de ce dispositif est que la voix humaine n'arrive pas à tenir une onde sonore à une fréquence unique et constante. Bien que les images obtenues permettent de mesurer correctement la distance entre les lignes nodales, il y a une trop grande incertitude lors de la mesure de la fréquence émise avec l'application phyphox. Nous avons mis en annexe certaines figures obtenues grâce à ce montage (annexe n°1).

b) Le montage pot de fleur + enceinte :

Le problème majeur de ce dispositif est que l'enceinte est petite et ne délivre pas assez de puissance sonore quand les fréquences deviennent élevées. A partir de 700 Hz, même avec le son au maximum, il était impossible de faire vibrer la membrane. Et comme les mesures les plus précises se font à hautes fréquences (car il y a plus de lignes nodales), ce dispositif ne convient pas pour répondre à notre problématique. Nous avons mis en annexe certaines figures obtenues grâce à ce montage (annexe n°2).

B) Étude approfondie du troisième dispositif :

Après avoir passé des heures à balayer toutes les fréquences possibles de 100 à 1600 Hz, et après avoir passé des heures à analyser les figures obtenues, nous avons réussi à isoler 4 figures exploitables. Ce nombre est faible mais encore une fois 1600 Hz est la limite car pour des fréquences plus élevées, l'enceinte ne délivre pas assez de puissance sonore pour faire vibrer la plaque. Nous avons mis en annexe les 4 figures obtenues (annexe n°3).

Voyons plus en détail la manière dont nous avons analysé ces figures. Comme on peut le voir sur les illustrations en annexe n°3, un mètre a été placé à côté de la plaque pour qu'il nous serve d'échelle sur le logiciel ImageJ. Sur ce logiciel, nous mettons la photo en noir et blanc pour avoir un bon contraste puis nous mesurons 4 fois la distance D , en s'assurant à chaque fois de faire les mesures dans la même zone pour garder les mêmes propriétés physiques.

Nous répertorions ensuite toutes ces données dans un tableau Excel. Voici un aperçu de celui-ci :

Frequence (Hz)	Numéro photo	Nombre de creux	Longueur mesurée (mm)	d (mm)	d ² (mm ²)
921	1	2	53,7	26,85	720,9
921	2	1	26,5	26,5	702,3
921	3	2	53,4	26,7	712,9
921	4	2	54,9	27,45	753,5
1395	1	2	41,6	20,8	432,6
1395	2	2	42	21	441
1395	3	2	41,6	20,8	432,6
1395	4	3	64,2	21,4	458
1451	1	2	39,2	19,6	384,1
1451	2	2	39,6	19,8	392
1451	3	1	20,5	20,5	420,2
1451	4	2	41,7	20,85	434,7
1495	1	2	41,8	20,9	436,8
1495	2	2	40,2	20,1	404
1495	3	2	37,5	18,8	351,6
1495	4	2	39	19,5	380,3

Figure n°5: Tableau de mesures. Ce tableau présente les valeurs de D et D^2 pour chaque valeur de fréquence intéressante que nous avons gardée. Pour mesurer ces distances nous calculons D , la distance entre plusieurs lignes nodales, (4ème colonne) que nous divisons par le nombre de creux (3ème colonne).

Pour chaque fréquence on associe une mesure D' qui est la distance entre plusieurs lignes nodales (4ème colonne du tableau). On en déduit à chaque fois la distance D (ici d) et la distance D^2 (ici d'^2) en divisant D' par le nombre de creux. On gardera la valeur moyenne de D et de D^2 pour la suite.

Fréquence	1/f (s)	Moyenne de d (mm)	Moyenne de d ² (mm)
921	1,10E-03	26,8	722,4
1395	7,20E-04	21	441,1
1451	6,90E-04	20,2	407,8
1495	6,70E-04	19,8	393,2

Figure n°6 : Tableau récapitulatif de nos données. Il présente les fréquences utilisées pour Régressi ainsi que la valeur moyenne des distances D et D^2 , obtenues dans le tableau Excel de la figure n°5.

Nous avons donc tracé D^2 en fonction de $1/f$ sur Régressi, les résultats se trouvent sur ce graphique :

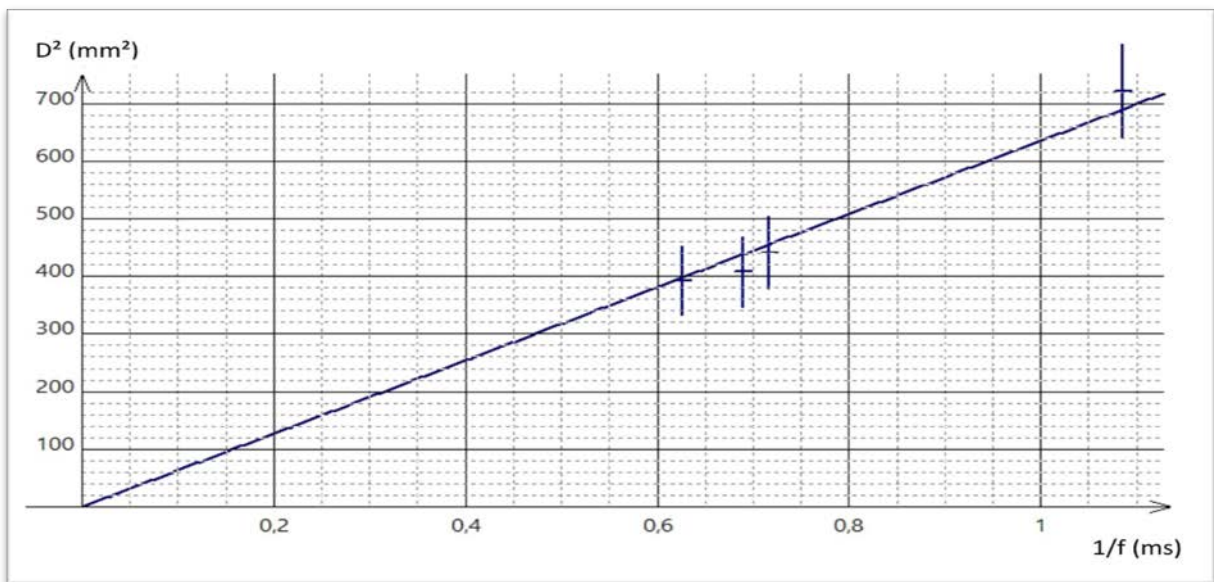


Figure n°7 : Graphique illustrant la modélisation liant la distance D^2 en mm^2 et l'inverse de la fréquence en ms. Nous obtenons une fonction linéaire. Cette modélisation prend en compte une incertitude de 1,5 mm pour chaque mesure de D .

Ecart données-modèle
 Ecart-type sur $d^2=26,97 \text{ mm}^2$
 Coeff. corrélation=0,99585
 Intervalle de confiance à 95%
 $a_1=(633 \pm 54)10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$

Nous obtenons une droite de la forme $Y = A \cdot X$: elle correspond à une fonction linéaire, ce qui est conforme au modèle. En tenant compte des incertitudes (nous y reviendrons dans la prochaine partie) $A = (633 \pm 54) 10^{-3}$ où A est en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Il ne reste plus qu'à extraire la vitesse de propagation de l'onde sonore dans la plaque à partir de l'expression du modèle (obtenue dans la partie III) et de conclure sur la validité du modèle.

Figure n°8 : Données expérimentales obtenues à l'aide du logiciel Régressi pour la modélisation de la figure n°7. Cela renseigne sur la pente de notre droite linéaire $A = (633 \pm 54) 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. La modélisation présente un bon coefficient de corrélation : le modèle nous semble correct.

V) Conclusion :

A) Problème des incertitudes :

Il est important de préciser que notre étude présente de nombreuses incertitudes liées à notre manque de matériel. Tout d'abord il y a un problème lié à la plaque : elle n'est pas forcément homogène et elle présente un rebord important, ce qui modifie sûrement les figures par rapport à une plaque complètement lisse. De plus, si nous reprenons l'équation du modèle des plaques de Chladni $D^2 = (e \cdot \frac{\sqrt{\pi^2}}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \cdot V_s) / f$ nous nous rendons compte qu'il y a plusieurs facteurs incertains. Le premier concerne « ν », le coefficient de Poisson : nous considérons que la plaque est en acier et donc nous fixons le coefficient à 0,23 par la suite (alors que pour de l'acier il peut varier de 0,23 à 0,3). Le deuxième est l'épaisseur de la plaque « e ». Il est très difficile de mesurer cette épaisseur avec les rebords mais nous fixons cette épaisseur à 0,2 mm par la suite (sachant qu'en réalité elle peut fluctuer entre 0,15 et 0,25 mm avec le manque de précision).

Enfin en ce qui concerne l'incertitude sur la pente A , nous avons décidé de rentrer 1,5 mm d'incertitude dans Régressi pour la mesure de chaque distance D , car il est difficile de mesurer précisément la distance entre deux lignes nodales avec les amas de thé présents sur les lignes.

B) Validation du modèle ? :

L'objectif final de notre étude est de retrouver la valeur de la vitesse de propagation d'une onde sonore dans de l'acier, où la valeur théorique est de 5000 m/s. En prenant toutes les informations ci-dessus, nous montrons que $V_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = (3396 \pm 289) \text{ m.s}^{-1}$. Il est important de relever que notre incertitude sur la mesure de V_s est de l'ordre de 10%, ce qui est assez important. Mais nous décidons tout de même de valider ce modèle car même si 5000 ne rentre pas dans l'intervalle, en vue des hypothèses que nous avons faites et en vue du manque de matériel de mesure, le résultat a un bon ordre de grandeur et il est tout de même satisfaisant. De plus, nous ne savons pas à 100% si la plaque est en acier véritable, et donc la valeur théorique de la vitesse est peut-être plus basse et rentre peut-être dans notre intervalle.

Pour conclure, nous avons pris énormément de plaisir à réaliser ces expériences et nous sommes assez fiers de nos résultats. Comme remarque générale nous vous recommanderions d'utiliser un casque anti bruit pour réaliser ces mesures.

VI) Annexe :

Annexe n°1 :

Voici quelques figures obtenues en émettant un son dans le tube du tonoscope, soit par la voix, soit par une enceinte Bluetooth (difficile de renseigner la fréquence émise pour chaque figure)



Figures annexe n°1 : Ces figures sont obtenues en émettant un son dans le tube du tonoscope, soit par la voix, soit par une enceinte Bluetooth. Les fréquences ne sont pas précisées : c'était le point délicat de cette manipulation.

Annexe n°2 :

Voici quelques figures obtenues en émettant un son de fréquence connue par une enceinte Bluetooth dans un pot de fleur. Les trois figures du haut sont obtenues avec un pot de fleur de grande taille alors que les trois figures du bas sont obtenues avec un pot de fleur de petite taille. En dessous de chaque photo se trouve la fréquence à laquelle nous les avons obtenues.





90 Hz



400 Hz



600 Hz

Figures annexe n°2 : Ces figures sont obtenues en émettant un son de fréquence connue par une enceinte Bluetooth dans un pot de fleur. Les trois figures de la page 7 sont obtenues avec un pot de fleur de grande taille alors que les trois figures de la page 8 sont obtenues avec un pot de fleur de petite taille. Les fréquences pour chaque photo y sont renseignées.

Annexe n°3 :

Voici quelques figures obtenues en émettant un son de fréquence connue par une enceinte sur une plaque en acier. En dessous de chaque photo se trouve la fréquence à laquelle nous avons obtenu les figures.



921 Hz



1395 Hz



1495 Hz



1451 Hz

Figures annexe n°3 : Ces figures sont obtenues en émettant un son de fréquence connue par une enceinte sur une plaque en acier. Les fréquences pour chaque photo y sont renseignées.