

TP confiné ou comment faire de l'astrophysique dans son jardin

MATHIS CAPRAIS & UGO PENSEC

L3, Magistère de Physique Fondamentale d'Orsay

18 mai 2020

Résumé

Cet article présente le compte-rendu de nos travaux expérimentaux durant le confinement. Malgré la réputation de la Bretagne à manquer de Soleil, nous avons voulu montrer que l'on pouvait travailler sur des observations du Soleil en Finistère. Plus précisément, nous nous sommes intéressés aux "pinholes" et à leur lien avec la masse volumique moyenne du Soleil. Nous avons observé ces tâches créées par des feuilles d'arbres, puis nous avons cherché à reproduire le dispositif afin d'avoir plus de contrôle sur les paramètres mis en jeu. Notre dispositif expérimental a été modifié à plusieurs reprises afin d'améliorer nos mesures. Au final nous trouvons une masse volumique de $1410 \pm 6 \text{ kg.m}^{-3}$, soit un écart relatif de 0.14% à la valeur couramment admise. Nous concluons sur l'efficacité de cette méthode et nous l'appliquerons au calcul de la densité de la Lune. Nous finirons en proposant un protocole expérimental pour mesurer l'excentricité de l'orbite terrestre.

Introduction :

NOUS allons nous intéresser à la mesure de la densité du Soleil à l'aide d'un phénomène de diffraction. Lorsque que la lumière du Soleil passe par de petites ouvertures, par exemple l'espace entre deux feuilles d'un arbre, il se forme au sol des tâches de diffraction appelées "pinholes" en anglais (voir Fig.1).



FIGURE 1 – Exemple de "pinholes".

Notre publication de référence sera [1]. Nous essayerons dans une première partie de mesurer la densité du Soleil à partir d'orifices percés dans des morceaux de carton, puis nous essayerons d'étendre nos mesures aux tâches formées par les arbres au sol. La valeur de référence de la masse volumique du soleil est de $\rho_{\odot} = 1408 \text{ kg.m}^{-3}$ [2].

1 Éléments théoriques :

1.1 Modélisation du problème :

On peut résumer l'expérience par le schéma simplifié ci-dessous (voir Fig.2).

Pour relier la masse volumique du Soleil au diamètre des tâches, on va reprendre le raisonnement fait dans [1]. On

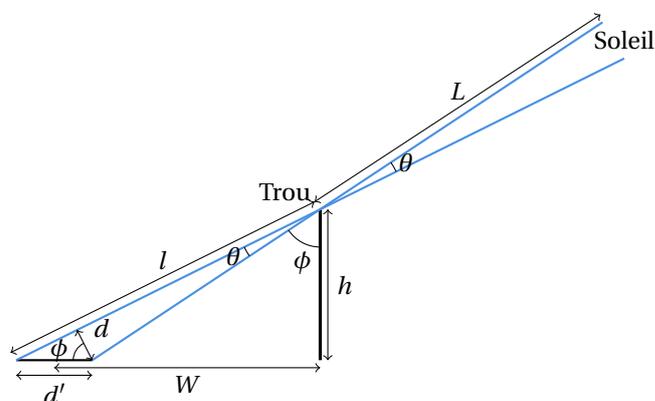


FIGURE 2 – Schéma de l'expérience.

part de la troisième loi de Kepler, qui stipule que la période T de rotation de la Terre autour du Soleil, le demi-grand axe de l'orbite terrestre a et la masse M_{\odot} du Soleil sont reliés par la relation :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\odot}}. \quad (1)$$

Or, le volume du Soleil est donné par :

$$V = \frac{4}{3}\pi R_{\odot}^3 = \frac{\pi}{6}D_{\odot}^3, \quad (2)$$

et en utilisant le schéma 2, on remarque que $D_{\odot} = L\theta$, où L est en fait la distance Terre-Soleil au moment de la mesure que l'on approximera égal à a . On peut donc réécrire le volume du Soleil sous la forme :

$$V = \frac{\pi}{6}a^3\theta^3. \quad (3)$$

Il est donc possible de remplacer M_{\odot} par une expression dépendante de a^3 et de ρ_{\odot} , ce qui permet d'éliminer de l'équation le rayon Terre-Soleil. Les simplifications conduisent à :

$$\rho_{\odot} = \frac{24\pi}{GT^2\theta^3}. \quad (4)$$

Il reste donc à exprimer θ en fonction des paramètres de l'expérience afin de pouvoir obtenir une expression "fonctionnelle". Si l'on se réfère au schéma 2, on voit que l'angle θ sous lequel est vu le Soleil est également donné par $\theta = \frac{d}{l}$. En pratique, il est plus facile de mesurer la distance au support du trou et le diamètre de la tâche projetée au sol. On peut donc essayer de réécrire θ en fonction de l'angle du Soleil ϕ , de la distance au piquet W et du diamètre de la tâche projetée d' . Ainsi,

$$\theta = \frac{d \sin(\phi)}{W} = \frac{d' \cos(\phi) \sin(\phi)}{W}.$$

On peut se passer de d' dans la mesure où le diamètre d de la tâche est directement accessible. En effet, comme on peut le voir sur la figure 4, la partie horizontale de la tâche n'est pas déformée. On en déduit une formule "fonctionnelle" :

$$\rho_{\odot} = \frac{24\pi}{GT^2} \left(\frac{W}{d \sin(\phi)} \right)^3. \quad (5)$$

2 Premières mesures :

Nous avons développé le dispositif DESIREE¹ pour effectuer des mesures de la masse volumique du Soleil. Plusieurs expériences ont été réalisées avec celui-ci.

2.1 Mesure avec différentes tailles de trou, hauteur fixe :

Le but de cette première série d'expériences est de déterminer avec quel diamètre et quelle forme de trou nous allons travailler par la suite. Pour cela, nous avons réalisé l'expérience présentée à la figure 3.



FIGURE 3 – Photo du dispositif (DESIREE 1) utilisé pour la première série de mesure. Nous avons utilisé deux masques en carton portant chacun deux trous. Le premier porte un trou quadrangulaire de côté 0.7 cm et un trou circulaire de diamètre 0.4 cm. Le second porte deux trous quadrangulaires de côtés 2 cm et 3 cm. L'écran est composé d'un morceau de carton sur lequel est fixé une feuille de papier. Nous avons fidèlement reproduit les tâches formées sur l'écran au crayon gris et ensuite mesuré la largeur des tâches ainsi que leur distance au piquet.

1. Dispositif de mesure par diffraction pour la densité du soleil

Pour la journée du 10/04/2020, nous avons ainsi étalé 40 mesures sur toute la journée, 10 pour chaque trou. Les mesures ont été réalisées au tour par tour par des personnes différentes, familières avec le sujet, pour éviter de répéter une erreur de mesure plusieurs fois.

2.1.1 Mesure de l'angle du Soleil :

Pour mesurer l'angle, on s'appuie sur le principe de l'horloge solaire. On fixe par une extrémité une tige métallique à un bâti en bois, puis on mesure à l'aide d'un rapporteur l'angle que fait le Soleil avec les tâches en minimisant l'ombre sous la pièce en métal.

2.1.2 Mesure des tâches au sol :

On obtient ces tâches de diffraction (Fig.4) :



(a) Résultat obtenu avec les trous 1 et 2 (b) Résultat obtenu avec les trous 3 et 4

FIGURE 4 – Exemples de tâches obtenues avec le premier dispositif (DESIREE 1). On mesure la largeur des tâches et non leur longueur (qui est projetée sur l'écran). Ainsi on mesure directement le diamètre.

2.1.3 Mesure de la distance entre le piquet et la tâche :

Pour ce faire, on utilise simplement un mètre-ruban rigide. On mesure la distance entre la base du piquet et le centre de la tâche au sol.

2.1.4 Analyse des résultats :

Pour calculer une valeur moyenne et l'incertitude associée on utilise une méthode statistique. On détermine la moyenne de ρ_{\odot} ainsi que l'écart-type. On détermine le coefficient de Student associé à notre expérience pour un intervalle de confiance à 95%. On en déduit une incertitude statistique. Pour le trou n°1, nous obtenons, en moyennant sur les dix mesures effectuées :

$$\rho_{\odot} = (3 \pm 4) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3},$$

soit un écart relatif de 113% par rapport à la valeur théorique. Pour le trou n°2, nous obtenons, en moyennant sur les dix mesures effectuées :

$$\rho_{\odot} = (4 \pm 3) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3},$$

soit un écart relatif de 217% par rapport à la valeur théorique. Lors de l'expérience, nous avons pu constater qu'il est très difficile de réaliser des mesures précises. En effet, la mesure de l'angle du Soleil est très approximative, avec une variation de $\sim 2^\circ$ entre les expérimentateurs. Une première mesure à prendre serait alors de se débarrasser de

l'angle. Ainsi, en observant la figure 2, on remarque qu'il est possible d'exprimer autrement le paramètre l . En effet, on peut directement appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle piquet-sol-tâche, et on obtient :

$$l = \sqrt{W^2 + h^2}. \quad (6)$$

h est la hauteur à laquelle sont placés les trous. On peut donc injecter (6) dans (4) et on obtient une deuxième formule "fonctionnelle" :

$$\rho_{\odot} = \frac{24\pi}{GT^2} \left(\frac{W^2 + h^2}{d^2} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (7)$$

En reprenant les calculs de début de partie, nous trouvons pour le trou n°1 :

$$\rho_{\odot} = (9 \pm 4) \times 10^2 \text{ kg.m}^{-3},$$

soit un écart relatif de 34% par rapport à la valeur théorique. Pour le trou n°2 nous trouvons :

$$\rho_{\odot} = (1.6 \pm 0.4) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3},$$

soit un écart relatif de 12%.

2.2 Mesure avec différentes tailles de trou, hauteur variable :

Les mesures préliminaires indiquent qu'un trou trop gros par rapport à la hauteur du dispositif ne crée pas de vraie tâche de diffraction alors qu'un trou trop petit forme une tâche trop peu contrastée pour être visible. En fonction de la hauteur de mesure il faut alors adapter le diamètre du trou.

2.2.1 Dispositif expérimental :



FIGURE 5 – Photo du dispositif (DESIREE 1') utilisé pour la seconde série de mesure. Nous disposons d'une boîte à chaussures percée de 2 trous quadrangulaires de diamètres 0.5 cm et 1 cm, et placée au sommet d'une tige rigide.

On utilise le dispositif présenté à la figure 5. On oriente ensuite les trous face au Soleil en plaçant le dispositif à la hauteur voulue (e.g. en haut d'un escabeau). Le protocole expérimental est ensuite le même que précédemment.

2.2.2 Analyse des résultats :

On peut finalement combiner toutes nos mesures (faites à des endroits différents par différentes personnes). Ainsi on obtient un jeu de $11 + 14 = 25$ valeurs donnant le résultat suivant :

$$\rho_{\odot} = (1.5 \pm 0.2) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3},$$

soit un écart relatif de 10% par rapport à la valeur théorique, avec la distribution représentée ci-dessous (Fig.6).

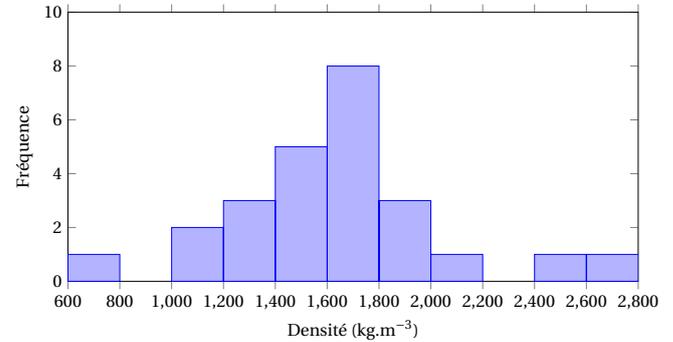


FIGURE 6 – Fréquence des masses volumiques mesurées. Sur 25 mesures on obtient une moyenne de $\rho_{\odot} = 1.5 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, un écart-type $\sigma = 400 \text{ kg.m}^{-3}$ menant à une incertitude statistique de $0.2 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

Nous remarquons alors l'apparition d'une distribution gaussienne, caractérisée par la précision de nos mesures. À partir de là, nous avons deux possibilités : augmenter le nombre des mesures pour améliorer la précision, ou ajuster notre dispositif pour le rendre plus précis et pouvoir réaliser des mesures plus systématiques. Cela aura pour conséquence de réduire l'écart-type de notre gaussienne et augmenter la précision.

2.3 Problème de la diffraction - Justification théorique :

Lors des expériences, on remarque que le traçage des ellipses sur du papier est parfois difficile. En effet, les bords ne sont pas bien contrastés, et la luminosité ambiante aggrave le problème. On cherche dans cette partie à discuter ce problème. Le cadre théorique que l'on utilisera ici sera celui de la diffraction de Fraunhofer, c'est-à-dire en champ lointain. Les conditions pour se placer dans cette zone sont $W \gg d_{\text{trou}}$, où d_{trou} désigne les dimensions de l'ouverture. Dans le cadre de cette approximation, on sait que l'image d'un point est une tâche, appelée tâche d'Airy. Le rayon de cette tâche s'écrit

$$r \approx W \cos \left(1.22 \frac{\lambda}{d_{\text{trou}}} \right),$$

où $\lambda \approx 600 \text{ nm}$ est la longueur d'onde moyenne du visible et $d_{\text{trou}} \approx 0.01 \text{ m}$. Cela donne un rayon de tâche $r \approx 7.3 \times 10^{-5} \text{ m}$ à une distance de mesure $W = 1 \text{ m}$. Ce n'est donc pas elle qui joue un rôle ici. Cependant, la source lumineuse est une source étendue en forme de disque (Fig.7). Les rayons provenant d'un point du Soleil atteindront donc des zones inaccessibles aux rayons provenant

d'un point opposé du disque solaire. On observe dans ce cas une tâche centrale bien contrastée, entourée par un halo de pénombre (donc mal contrasté) (Fig.8). Ce halo rend la mesure de la tâche de diffraction compliquée et il faut donc en tenir compte dans l'incertitude de mesure.

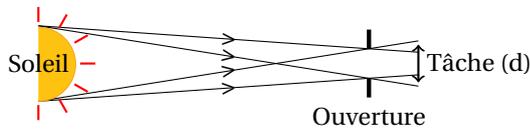


FIGURE 7 – Schéma de la tâche réalisée par le Soleil comme source étendue. Chaque point du Soleil fournit une tâche de diffraction différente. La tâche observée est alors la somme de toutes ces tâches qui sera une tâche centrale entourée d'un halo.

Pour une ouverture large, on observe la figure 8a et pour une ouverture fine, on a 8b. Il faut aussi tenir compte du fait qu'une ouverture plus fine réduit le contraste de la tâche centrale.

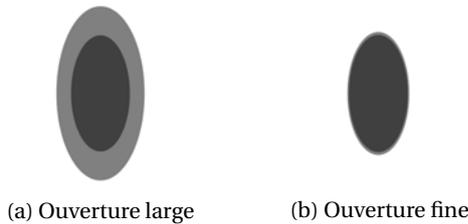


FIGURE 8 – Schéma des tâches lumineuses observées : une tâche centrale entourée d'un halo de pénombre. On peut réduire ce halo en jouant sur la taille de l'ouverture.

2.4 Amélioration des mesures :



FIGURE 9 – Seconde itération de notre dispositif expérimental. Il s'agit d'un morceau de bois vissé perpendiculairement à un bâti de bois plat. Sur ce morceau de bois vissé on place à une hauteur de 50 cm un morceau de carton rigide dans lequel est percé un trou de diamètre 0.4 cm. Le protocole expérimental ne change pas. Nous avons répété l'expérience toutes les dix minutes pendant 5h30.

Les précédents dispositifs avaient des problèmes de conception. Par exemple, le vent nous a causé beaucoup

de soucis, les cartons troués se déplaçaient et rendaient les mesures compliquées. Nous avons donc développé un nouveau dispositif de mesure (Fig.9).

Nous obtenons ainsi un jeu de 34 mesures et nous pouvons alors déterminer la masse volumique du Soleil :

$$\rho_{\odot} = (1.4 \pm 0.2) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3},$$

soit un écart relatif de 2.1% par rapport à la valeur théorique.

2.5 Mesurer D par post-traitement :

Une autre manière de réduire l'incertitude sur nos mesures est de mesurer les tâches de manière systématique. Pour cela, chaque tâche formée par DESIREE 2 est prise en photo par un appareil photo numérique avec une règle graduée sur l'image (elle nous servira d'étalon pour faire des mesures à l'ordinateur). À la fin de la journée, les photographies sont importées sur un logiciel de retouche d'image pour effectuer un post-traitement visant à les rendre plus lisibles par l'expérimentateur (voir Fig. 10). Le contraste est



FIGURE 10 – Les tâches sont plus visibles une fois leur contraste et leur luminosité améliorés à l'aide du logiciel **Photofiltre**.

poussé au maximum, les images sont recadrées puis importées sur le logiciel **Tracker**. On peut ensuite étalonner le logiciel à l'aide de la règle graduée présente sur l'image, puis effectuer une mesure systématique du diamètre des tâches. Nous obtenons après traitement, sur 12 mesures :

$$\rho_{\odot} = (1.72 \pm 0.2) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3},$$

soit un écart relatif de 22% avec la valeur théorique. On remarque que l'écart-type est bien plus faible que précédemment, pour un nombre de mesures inférieur.

2.6 Application à la Lune :

L'expérience fonctionnant avec le Soleil, nous nous sommes demandés si elle pouvait être appliquée au cas de la Lune. La troisième loi de Kepler s'écrit, sans négliger la masse de la Lune devant celle de la Terre :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_{\oplus} + M_L)}, \quad (8)$$

avec a la distance Terre-Lune, M_{\oplus} la masse de la Terre et M_L la masse de la Lune. On peut réécrire (8) sous la forme :

$$\rho_L = \frac{M_L}{V_L} = \left(\frac{24\pi}{GT^2} a^3 - \frac{6}{\pi} M_{\oplus} \right) \left(\frac{l}{da} \right)^3. \quad (9)$$

À la différence de précédemment, il faut connaître a et M_{\oplus} pour faire les calculs (voir [2] pour les valeurs). Le dispositif expérimental est toujours le même. Ici le nouveau et principal problème se trouvait au niveau de la luminosité nécessaire à faire apparaître une tâche avec un contraste suffisamment élevé pour pouvoir la mesurer. Nous nous sommes donc placés à la fenêtre d'une habitation en disposant le dispositif DESIREE 1' sur le trajet de la lumière et en obstruant le reste de la fenêtre. Les traces faites à la main ont été réalisées avec le plus de précision possible et par plusieurs personnes mais ces dessins restent imprécis. L'appareil photo utilisé ne permettait pas d'exposition très longue, nous avons donc traité les photos pour en augmenter le contraste (Fig.11). Le manque d'échelle est compensé en plaçant l'appareil photo à une hauteur fixe et en prenant initialement en photo un mètre-ruban avec le flash.

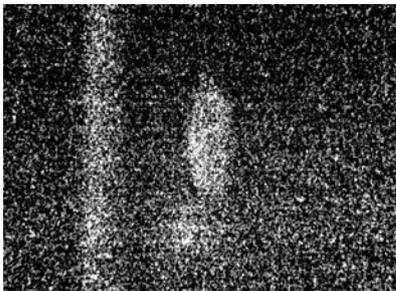


FIGURE 11 – Photo traitée avec un contraste maximum. Pour cela on utilise le logiciel **Photofiltre**, on augmente le contraste et la luminosité jusqu'à obtenir ce genre d'image.

Une nuit de pleine lune avec un ciel dégagé a permis de réaliser ces mesures, malgré l'heure tardive à laquelle nous avons dû les faire. Les résultats sont tracés ci-dessous (Fig. 12). Nous obtenons alors :

$$\rho_L = (3.2 \pm 0.8) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

soit un écart relatif de 4.4%, et une incertitude représentant 25% de la valeur. L'incertitude est grande mais le résultat est raisonnablement proche de la valeur admise, qui est de 3346 kg.m^{-3} . Il faudrait augmenter le nombre de mesures pour réduire l'incertitude.

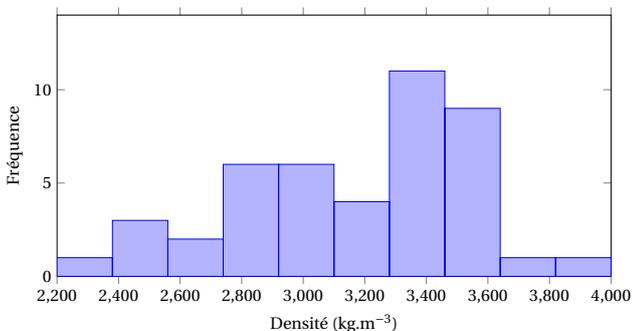


FIGURE 12 – Fréquence des masses volumiques mesurées. Sur 44 mesures nous obtenons $\rho_L = (3.2 \pm 0.8) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et un écart-type $\sigma = 4 \times 10^2 \text{ kg.m}^{-3}$.

3 Vers une autre manière de mesurer l'angle :

3.1 Éléments théoriques :

Pour cela, nous allons très fortement nous inspirer de l'article [3]. Le protocole présenté dans cet article propose non pas de travailler avec un trou mais avec deux trous. L'idée étant de se débarrasser de la mesure de la tâche qui pose problème comme nous avons pu le voir dans la partie 2.3. L'expérience est schématisée à la figure 13.

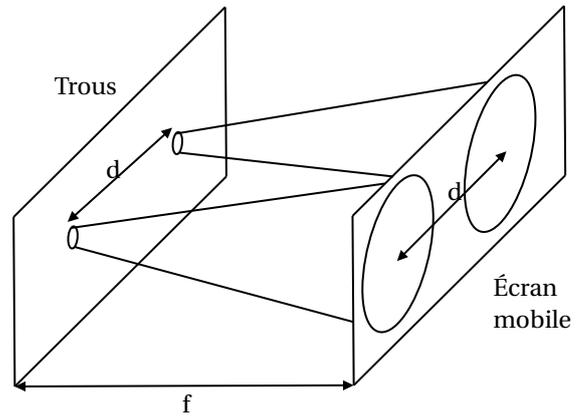


FIGURE 13 – L'expérience est la suivante, les deux trous de diamètre d_t sont placés face au Soleil et forment à courte distance deux tâches distinctes sur l'écran. On va alors faire glisser l'écran sur un support mobile. La distance entre le centre des deux tâches reste tout au long de la manipulation d . On déplace l'écran jusqu'au point où les deux tâches entrent en contact, ainsi le problème de la distinction des bords des tâches est supprimé. On mesure la distance entre l'écran et les trous et on en déduit l'angle θ sous lequel est vu le Soleil.

Ainsi dans cette configuration, il nous est possible de trouver la distance f où les tâches entrent en contact, notons cette distance f_c . Il en résulte que l'angle sous lequel est vu le Soleil s'écrit de la façon suivante :

$$\theta = \frac{d - d_t}{f_c}, \quad (10)$$

On peut alors combiner (10) et (4), on obtient :

$$\rho_{\odot} = \frac{24\pi}{GT^2(d - d_t)^3} f_c^3. \quad (11)$$

3.2 Dispositif expérimental :

Pour cela nous avons construit la troisième itération de notre système de mesure : DESIREE 3 (Fig.14).

3.3 Analyse des résultats :

Nous avons réalisé 500 mesures avec le dispositif DESIREE 3, le résultat obtenu est le suivant :

$$\rho_{\odot} = 1410 \pm 6 \text{ kg.m}^{-3}$$



FIGURE 14 – Troisième itération de notre dispositif de mesure (DESIREE 3). On a percé deux trous de diamètre $d_t = 0.4 \text{ cm}$ dans un morceau de carton. Ces deux trous sont séparés d'une distance $d = 9 \text{ mm}$.

soit un écart relatif de 0,14% par rapport à la valeur attendue, et une incertitude de 0.42 %. On peut également tracer la distribution des masses volumiques en fréquence. Pour cela, on part du minimum à $\rho_{\odot} = 1.21 \times 10^3$ jusqu'au maximum à $\rho_{\odot} = 1.65 \times 10^3$ avec un pas de 20 kg.m^{-3} et nous obtenons la figure 15. On peut par ailleurs tenter de rapprocher la distribution de valeurs d'une distribution normale. Ainsi, en considérant l'écart-type et la moyenne obtenue nous obtenons ce qui correspond à la courbe rouge sur la figure 15 :

$$\mathcal{N}(\rho) = \frac{500 \times 20}{65.86 \times \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\rho - 1410}{65.86} \right)^2}. \quad (12)$$

On observe par ailleurs que la distribution gaussienne suit bien la distribution de valeurs, même si les valeurs proches de la moyenne passent au dessus de la courbe. Nous aurions pu augmenter le nombre de mesures pour avoir une distribution se rapprochant encore plus d'une distribution normale, mais nous avons manqué de journées dégagées et de temps.

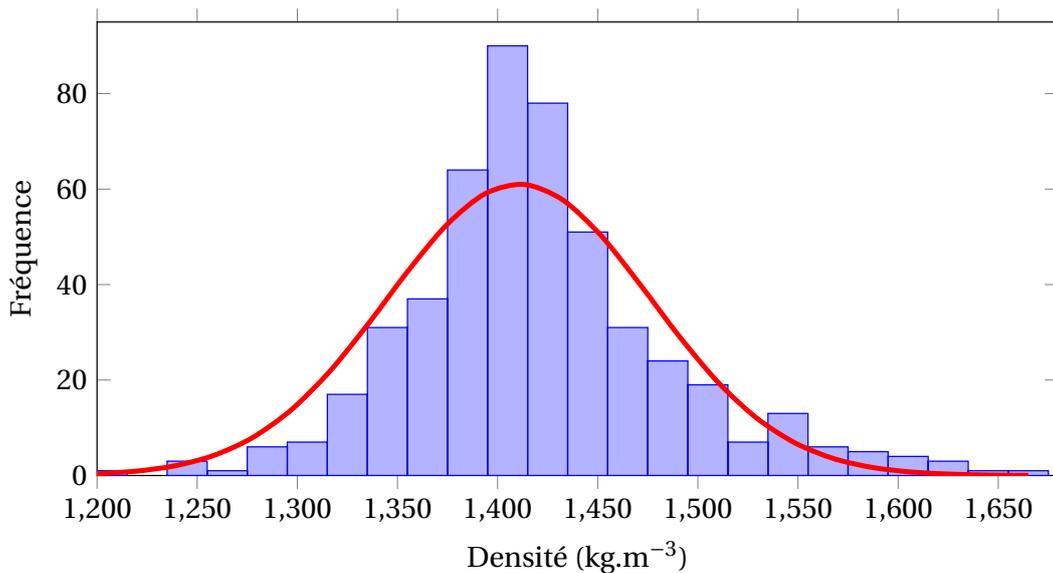


FIGURE 15 – Histogramme en fréquence des masses volumiques trouvées avec le dispositif DESIREE 3 pour 500 mesures. On a ajouté sur ce graphe la distribution gaussienne correspondant aux paramètres statistiques des valeurs trouvées. Une moyenne $\rho_{\odot} = 1410 \text{ kg.m}^{-3}$, un écart-type $\sigma = 65 \text{ kg.m}^{-3}$ menant à une incertitude statistique de 6 kg.m^{-3} .

4 Et les feuilles d'arbres dans tout ça :

On peut alors se demander ce qui est faisable simplement avec les feuilles d'arbres. Dans un chemin ombragé et arboré, on dispose de plusieurs tâches faites par les feuilles. On mesure à l'aide d'une règle graduée le diamètre de la tâche et on estime la distance entre la tâche et les feuilles dont elle provient. Cette distance est assez dure à estimer et souvent la tâche bouge. Pour 10 mesures prises dans la nature, nous trouvons : $(1 \pm 0.5) \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Ainsi, le résultat peut être acceptable si l'on cherche seulement un ordre de grandeur.

5 Variation de la masse volumique du Soleil :

5.1 Variation de la distance Terre-Soleil :

Nous avons fait l'hypothèse forte dans la partie 1.1 que la distance entre la Terre et le Soleil ne varie pas. Or, nous savons que cette hypothèse est fautive. En effet, d'après [2] l'excentricité de l'orbite terrestre est de $e = 0.016722$. La distance entre la Terre et le Soleil n'est donc pas constante et il nous est possible de calculer le périhélie et l'aphélie de la trajectoire connaissant la longueur du demi-grand axe de l'ellipse (encore une fois donné par [2]). On a en effet :

$$r_{per} = a(1 - e) \simeq 147096679,9 \text{ km}, \quad (13)$$

$$r_{aph} = a(1 + e) \simeq 152099844,1 \text{ km}. \quad (14)$$

5.2 Influence de la variation de distance sur les mesures :

Même si nos mesures ne sont pas espacées de six mois, les données utilisées dans la construction des figures 6 et 15 sont parfois distantes d'une semaine l'une de l'autre.

On peut donc — *a posteriori* — se demander si cet écart temporel n'a pas pu avoir une influence sur les mesures faites précédemment. On peut donc calculer l'écart maximum généré par ces modifications de distance. En effet, un changement de distance induit un changement de l'angle sous lequel est vu le Soleil (θ) et cet modification se ressentira sur le diamètre de la tâche mesurée (DESIREE 2) ou bien sur la distance focale mesurée (DESIREE 3). Le diamètre du Soleil est donné par [2] : $\mathcal{R}_\odot = 6.9599(7) \times 10^{10} \text{ cm}$. Calculons alors l'angle sous lequel est vu le Soleil à l'aphélie et au périhélie :

$$\theta_{per} = \frac{2\mathcal{R}_\odot}{a(1-e)}. \quad (15)$$

En faisant l'application numérique on obtient :

$$\theta_{per} = 9,4630 \times 10^{-3}.$$

On applique le même raisonnement à l'aphélie et on trouve :

$$\theta_{aph} = 9,1518 \times 10^{-3}.$$

On peut alors calculer de combien va varier, par exemple, la distance focale pour le dispositif DESIREE 3. On utilise la formule (10) et sachant que la distance entre les deux trous est de 9 mm, on trouve :

$$f_{c,per} = 0,95 \text{ m},$$

$$f_{c,aph} = 0,98 \text{ m},$$

soit une variation de trois centimètres sur une durée de six mois. D'après les mesures réalisées avec DESIREE 3, on a une incertitude de mesure sur la distance de :

$$\frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0.015}{\sqrt{500}} \sim 6.7 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

La différence de distance devrait donc être parfaitement visible grâce à notre dispositif. On peut donc se demander si cette variation de distance est visible sur un intervalle de temps plus court, par exemple ici, trois semaines. On a donc besoin de la distance Terre-Soleil à tout instant. Pour cela il faut résoudre le problème de Kepler à deux corps, la démonstration a déjà été faite maintes fois. La solution est donnée par les formules de Binet :

$$r(\Theta) = \frac{p}{1 + e \cos(\Theta - \Theta_0)}, \quad (16)$$

où p est le paramètre de l'ellipse, e est son excentricité. Par ailleurs, on a aussi la relation :

$$a = \frac{p}{1 - e^2}. \quad (17)$$

Posons maintenant $\Theta = \omega t$, où ω est la pulsation de l'orbite terrestre, que l'on suppose constante, même si dans le cas elliptique ce n'est pas vrai. On impose qu'à $t = 0$ la Terre se trouve au périhélie. La distance Terre-Soleil est donc $a(1 - e)$, soit en remplaçant dans la formule de Binet (16), $\cos(\Theta_0) = 1$. On choisit alors $\Theta_0 = 0$. Le périhélie s'est déroulé le 5 Janvier 2020 à 08h00. On en déduit la distance entre la Terre-Soleil est fonction du temps avec pour origine des temps le 5 Janvier 2020 à 08h00 :

$$r(t) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\omega t)}. \quad (18)$$

Nous avons commencé nos observations le 10/04/2020 aux alentours de 12h00 et les dernières datent du 07/05/2020 à 14h30. On peut donc en déduire la variation de la distance entre le Soleil et la Terre durant cet intervalle de temps. Entre l'origine des temps et la première mesure il s'est écoulé $8.222 \times 10^6 \text{ s}$.

$$r_{10/04/2020} = 1,497 \times 10^8 \text{ km}.$$

Et à la fin de la campagne de mesures il s'est écoulé $1.0562 \times 10^7 \text{ s}$ depuis l'origine des temps :

$$r_{07/05/2020} = 1,508 \times 10^8 \text{ km}.$$

On peut donc calculer la variation de distance focale sur le dispositif DESIREE 3. On trouve alors :

$$\Delta f_c = 7.11 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

Ce qui est 10 fois supérieur à la résolution atteinte par DESIREE 3. Ce phénomène est donc perceptible pour notre dispositif et cela a donc pu légèrement fausser nos mesures.

6 Mesurer l'excentricité de l'orbite Terre-Soleil :

6.1 Calculs préliminaires :

À l'heure où nous écrivons ce paragraphe, il ne nous reste plus qu'une semaine pour effectuer des mesures. Nous devons donc commencer par calculer la distance qui sépare la Terre du Soleil pour avoir une idée de l'expérience à effectuer. On reprend les calculs de la partie précédente, nous sommes aujourd'hui le 09/05/2020 :

$$r_{09/05/2020} = 1,50911 \times 10^8 \text{ km}.$$

Et le week-end suivant, supposons que nous ferons les mesures le 16/05/2020 :

$$r_{16/05/2020} = 1.50921 \times 10^8 \text{ km}.$$

En reprenant un dispositif de type DESIREE 2 (trou avec écran placé au loin), on peut calculer les angles sous lesquels est vu le Soleil :

$$\theta_{09/05/2020} = 9.2238 \times 10^{-3},$$

$$\theta_{16/05/2020} = 9.2232 \times 10^{-3}.$$

Pour observer une variation significative de la tâche qui se forme sur l'écran (on peut mesurer des variations de l'ordre du millimètre) il faudrait placer l'écran à 10^7 cm soit 10 km, ce qui n'est pas envisageable.

6.2 Réduction de la focale à l'aide d'un système optique :

L'idée serait de reprendre le dispositif DESIREE 2 mais de placer devant lui un dispositif permettant d'augmenter

2. On se permet beaucoup de chiffres significatifs car le paramètre a est connu à 9 CS, le paramètre le moins bien connu est e avec 6 CS.

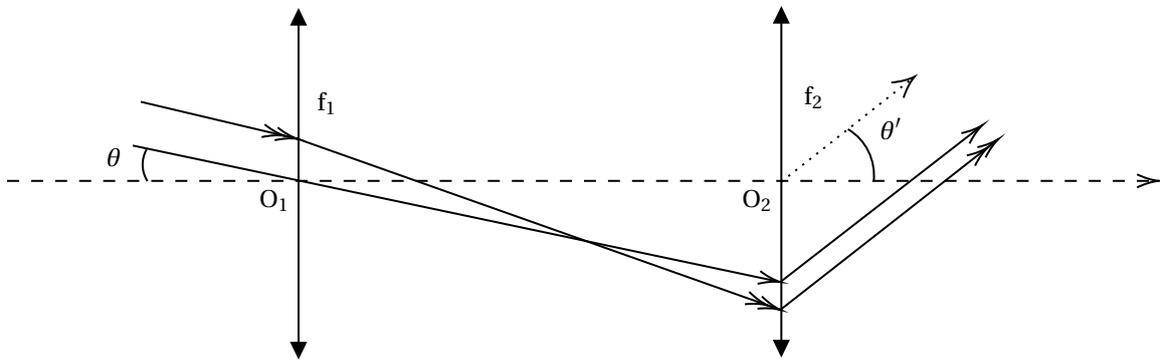


FIGURE 16 – Solution proposée pour mesurer l'excentricité de l'orbite Terre-Soleil sur une période d'une semaine. Deux lentilles convergentes permettent d'augmenter d'un facteur 100 l'angle θ . Les variations d'angle deviennent donc visibles sur un écran placé à dix mètres (changement de l'ordre du demi-millimètre).

l'angle θ sous lequel est vu le Soleil. Pour cela, on se propose d'utiliser un dispositif du type lunette de Galilée. Sachant que l'angle incident est connu (et est de l'ordre de 10^{-3}) on peut déterminer le grossissement d'un tel dispositif, celui-ci est donné par :

$$G = \frac{f_1}{f_2}. \quad (19)$$

On peut donc construire un dispositif suivant la figure 16, composé de deux lentilles convergentes. La formule (19) n'est valable que que si θ et θ' sont petits devant 1. On peut donc proposer un grossissement de 100, qui permet de conserver l'approximation faite à la formule (19). En plaçant l'écran à une distance de 10 m, on peut observer des variations de l'ordre du demi-millimètre. Pour ce faire, on pourra utiliser une lentille de distance focale 10 cm pour la première et une distance focale de 0.1 cm pour la seconde.

Conclusion :

Nous avons réalisé trois itérations de dispositifs expérimentaux menant à une mesure très précise de la densité du Soleil. Ces différentes itérations ont été motivées par l'amélioration de nos mesures en prenant en compte les difficultés que nous rencontrons. Nous avons pu appliquer le même type de dispositif à la Lune et en obtenir une approximation de sa masse volumique, avec une précision néanmoins inférieure. Nous nous sommes enfin attardés sur la mesure de l'excentricité de l'orbite Terre-Soleil, nous avons proposé un dispositif expérimental réalisable à partir de notre dispositif précédent mais le manque de temps et de moyens nous ont empêché de le mettre en œuvre.

Remerciements :

Nous tenons à remercier nos familles qui nous ont fourni conseils avisés et relectures, et ont servi d'assistants à cette entreprise scientifique.



Références

- [1] A. J. Mallmann, "Tree leaf shadows to the sun's density : A surprising route," *The Physics Teacher*, vol. 51, no. 1, pp. 10–11, 2013.
- [2] C. W. Allen and A. N. Cox, *Allen's astrophysical quantities*. Springer Science & Business Media, 2001.
- [3] C. Sigismondi, "Measuring the angular solar diameter using two pinholes," *American Journal of Physics*, vol. 70, no. 11, pp. 1157–1159, 2002.